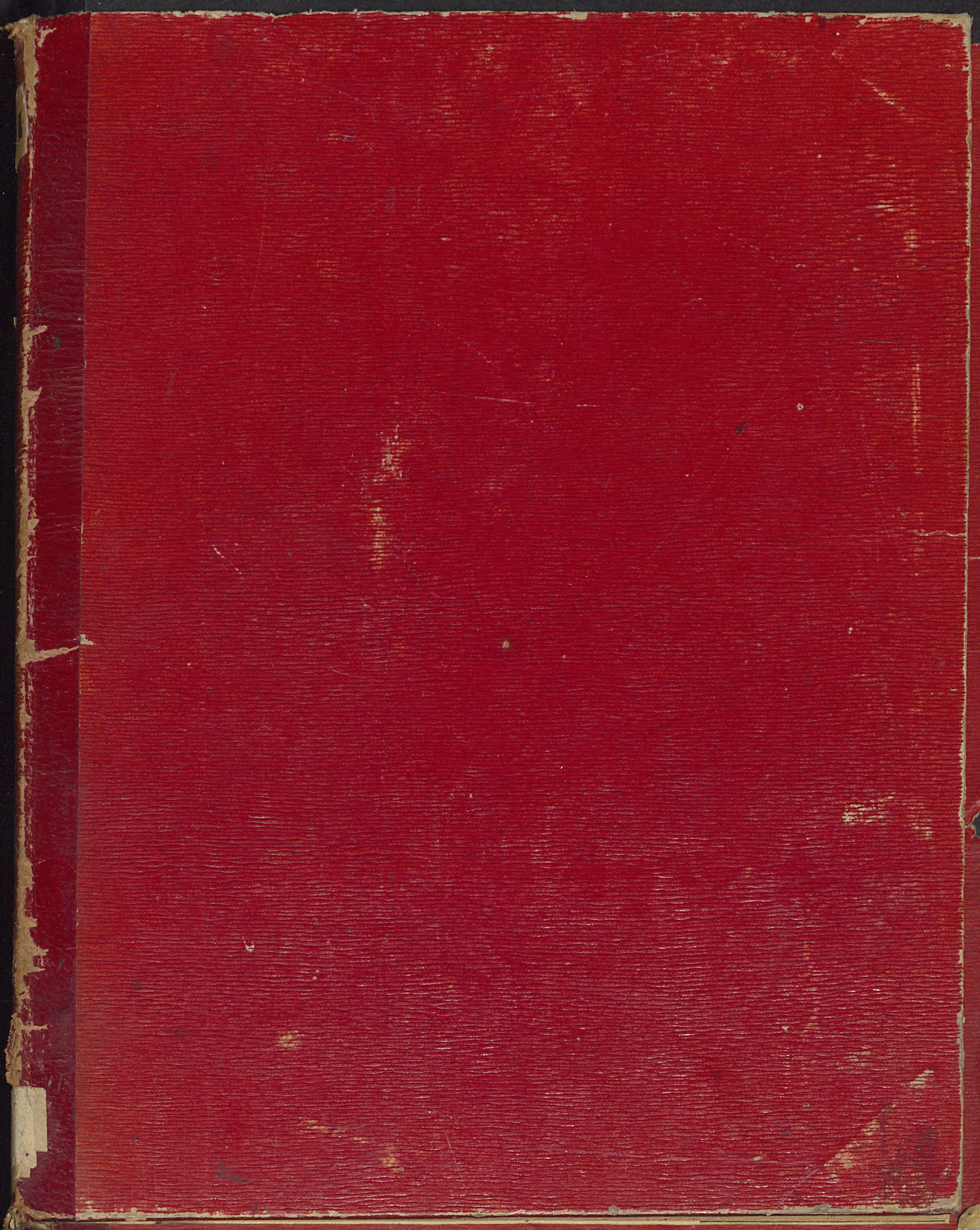


82

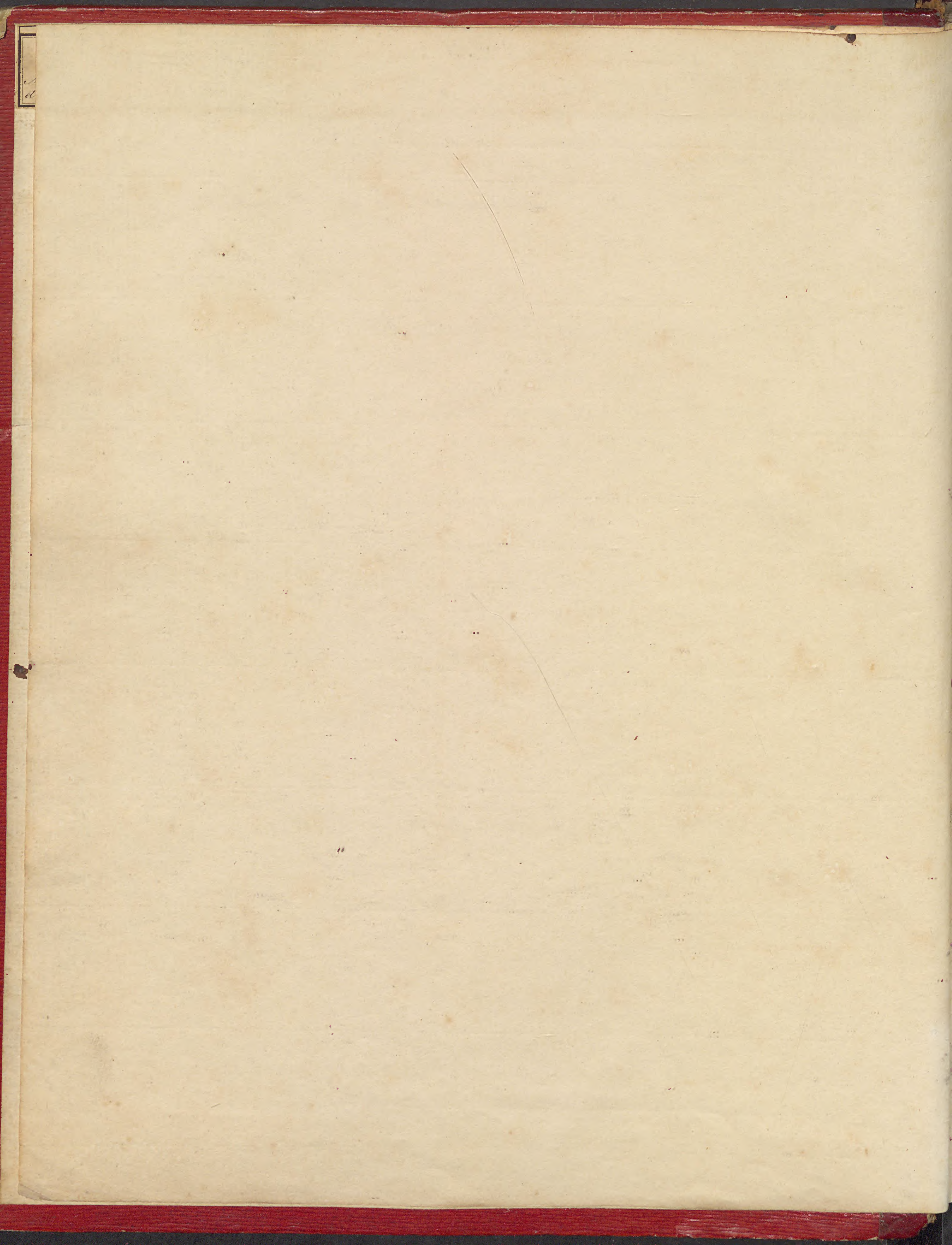
h
nt ex

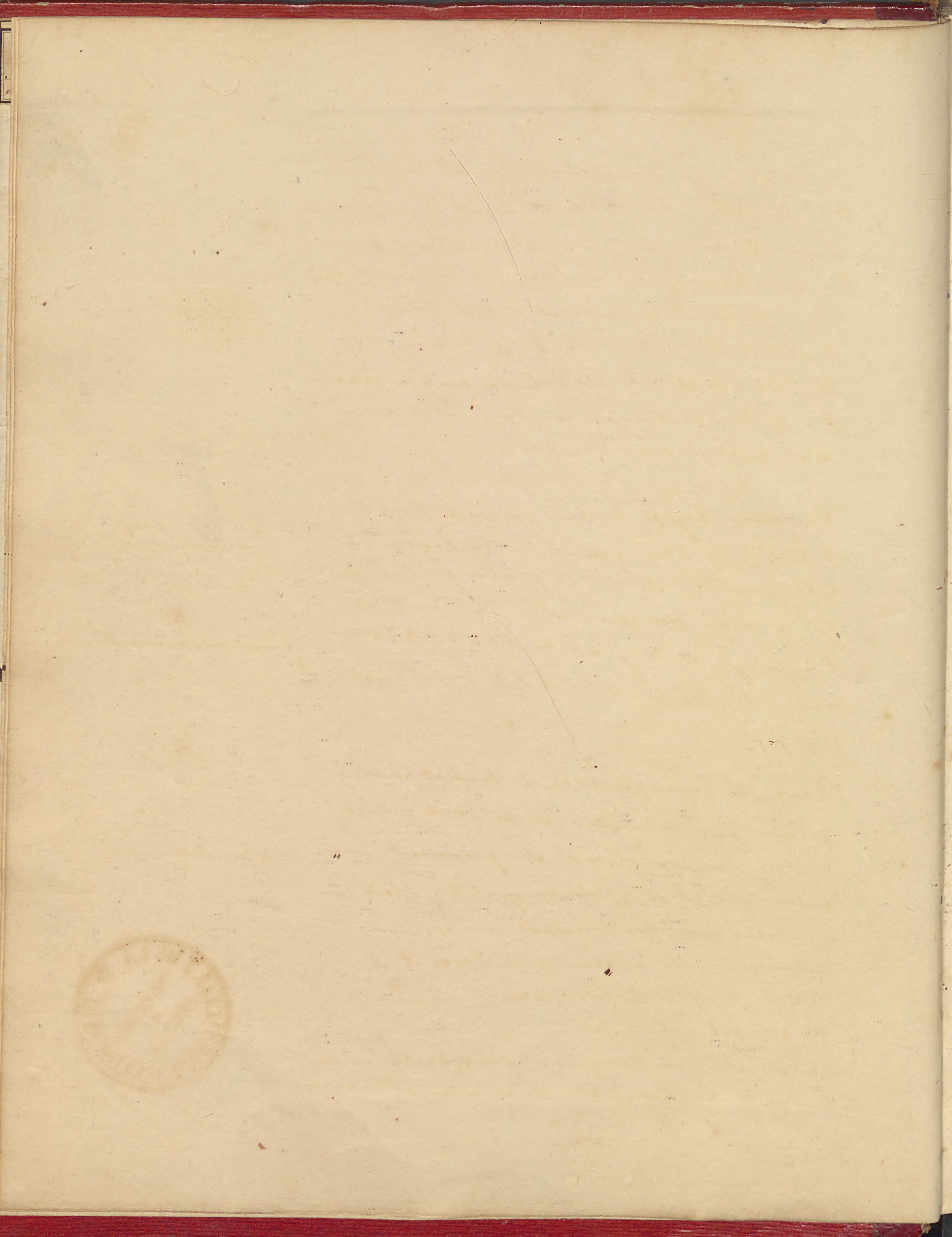
YP

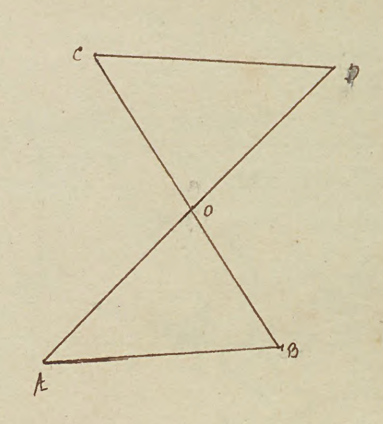
8

Fernando de la Puente. Paris —
1828.

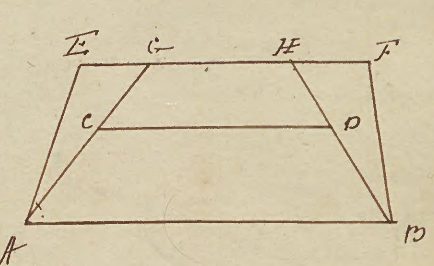
Paradisus animæ philomathematicæ
vel
Purgatorius in quo cruciatur
anima dum longas per horas
multasque per dies, quin etiam
per noctes, vel in somnibus vel
in vigiliâ, ea quærit quæ tan-
dem inventa summâ alacri-
tate cam, seu majori afficiunt
voluptate
vel
nonnullis etiam tremendum damna-
tionis registrum, qui potius aliorum
fructus colligere quam propria
semina haud infertili terra
condere maluerint.
Cave, cave, Lector.
Aperietur tandem hic [illegible]
hic liber, et tegetur damnatis
lege tantum uniuscujusque enun-
ciatum problematis, nec in solu-
tionem





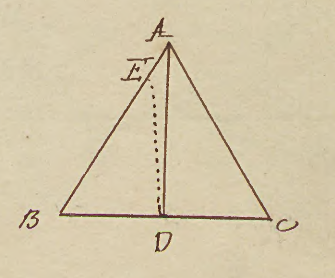


Trouver le moyen de mesurer la distance rectiligne entre deux points A et B inaccessibles mais situés ainsi que l'observateur sur un terrain horizontal. Je tire les deux obliques AD, CB qui se rencontrent sur le point O. Je prend OC = OB, DO = OA. Je joigne C et D. Tr: DOC = BOA, car ils ont un angle opposé par le sommet égal compris entre deux côtés égaux: donc DC = AB —



Théorème

De deux lignes brisées convexes ACDB, AEFB la plus grande est la ligne enveloppante: Car si je prolonge BD jusqu'à ce qu'elle rencontre EF en H, et AC jusqu'à G j'aurai ACDB < AGHB mais AG < AEG, HB < HFB donc ACDB < AEFB.



Théorème 2.

Dans un triangle isoscèle la perpendiculaire par le milieu de la base passe par le sommet. Car si elle prenait une autre direction quelconque DE, alors je pourrais tirer du sommet une perpendiculaire sur le milieu de la base, et il y aurait deux perpendiculaires au point D ce qui est impossible —

La droite qui divise en deux parties égales l'angle au sommet de ce même triangle

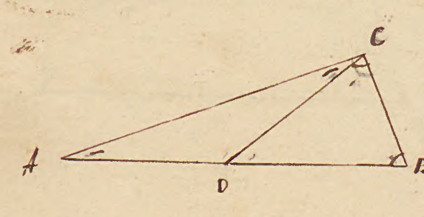
est perp: sur le milieu de la base. Car les 2 Tr: ABD et ADC sont égaux, puis que AD com: et AB=AC et les angles BAD et DAC ~~sont~~ compris entre ces cotés sont égaux: donc ADB=ADC et AD perp sur le milieu de BC.

Théorème 3.

La somme des angles extérieurs formés par les prolongemens des côtés d'un polygone quelconque est égale à 4 droits.

En effet $A+a+B+b+C+c+D+d+E+e = 5$ fois 2 droits
$A+B+C+D+E = 5-2$ fois 2 droits
donc — $a+b+c+d+e = 2$ fois 2 droits = 4 drts.

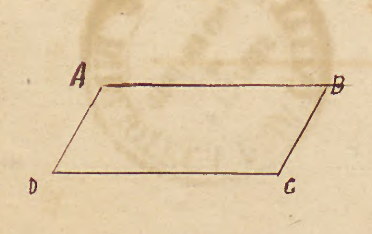
Théorème 4.



Si sur le milieu d'une ligne AB je tire une autre ligne quelconque $DC = \frac{AB}{2}$, l'angle ACB formé en joignant les extrémités de ces lignes sera droit.
Car CAD et CDB sont isos: par construction; donc $ACD=A$ et $DCB=B$, donc $ACD+DCB$, c.à.d. $ACB=A+B$ mais $ACB+A+B=2$ droits donc $ACB=1$.dr.

Réciproquement la ligne CD qui joint le sommet de l'angle droit d'un Tr: rect: avec le milieu de ~~la base~~ l'hypoth: est = la moitié de l'hypoth:.
Au point C je forme $ACD=CAD$, alors j'aurai $DCB=1\text{dr}-ACD$, et $CBD=1.\text{dr}.-CAD$ mais $ACD=CAD$ donc $DCB=CBD$ donc $DB=CD$ mais $AD=CD$ par construction, donc $CD=\frac{AB}{2}$.

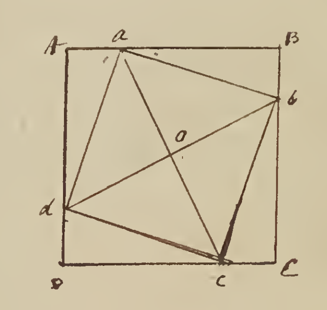
Théorème 5.



Si les angles opposés d'un quadrilatère sont égaux, ce quadrilatère ~~sera~~ est un parallélogramme.
J'ai $A=C$, $B=D$ donc $A+B=C+D$ mais $A+B+C+D=4$ dr. donc $A+B=2$ dr: donc AD et BC sont parallèles: de même AB et DC.

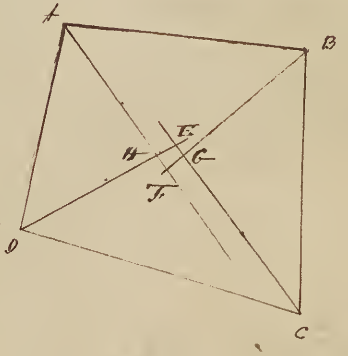
Théorème 6.

Si sur les 4 cotés d'un quarré je prends 4 parties égales Aa = Bb = Cc = Dd, 1° ac et bd qui joignent les points de division opposés sont perp:s l'une sur l'autre et AO = OC = Od = Ob 2° abcd est un quarré.

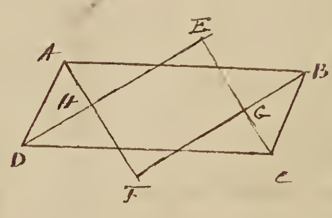


Aad = aBd car A = B comme dr: Aa = Bb par hyp: et Ad = AD − dD, et aB = AB − Aa mais AD = AB donc Ad = Ba. donc Aad = Bab de même = bCc = dDC donc abcd est un lozange: et de plus Aad + Ada = 2 dr: mais Ada = Bab donc Aad + bAB = 1 dr: donc daB = 1 dr: donc abcd est un quarré dans lequel les diagonales sont perp:s et se coupent en parties égales.

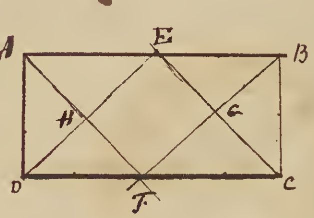
Théorème 7.



Si l'on divise les 4 angles d'un quadr: quelconque ABCD chacun en 2 parties égales, le quadr: EGFH formé dans l'intérieur sera tel que les angles opposés seront suppl: l'un de l'autre. Car AHD ou son égal EHF = 2 dr:s − HAD − HDA; BGC ou EGF = 2 dr: − GBC − GCB donc EHF + EGF = 4 dr − HAD − HDA − GBC − GCB: mais les 4 derniers angles sont chacun moitiés de A, B, C, D donc ils sont = ½ de 4 dr:s = 2 dr:s donc EHF + EGF = 2 dr: (d'une manière semblable HEG + HFG = 2 dr:s,



Scholie. dans un quarré ou dans un lozange les diagonales divisent les angles opposés en 2 parties égales: ainsi il n'y aura pas lieu à un quadr: dans l'intérieur. (Dans un parallelogramme comme DAB + ADC = 2 dr:s leurs moitiés = 1 dr: donc EHF = 1 dr: c'est à dire que la figure formé dans l'intérieur devient un rectangle.

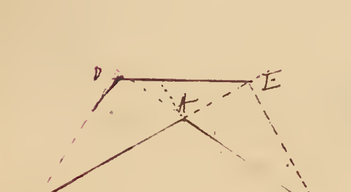


Dans un rectangle la figure intérieure sera un quarré. Car EDC étant isos: ED = EC de plus AHD = BGC puisqu'ils sont rectangles AD = BC et GBC = HAD donc CG = HD donc EC − CG = ED − DH, c. à. d EH = EG c. à. d. que les cotés du rectangle EGFH sont égaux et par conseq: il est un quarré

Théorème 8.

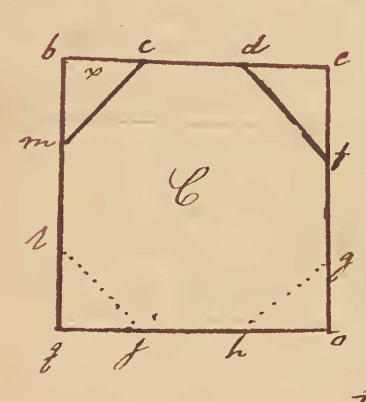
Dans un Tr: isos: la droite qui joint les pieds des perp:s abaissées des deux extrémités de la base sur les cotés opposés est parallele à cette base.

Tr: DBC = EBC car angle BDC = BEC comme droits, hypoth: BC commune: angle DBC = ECB par hyp: donc DB = EC mais AB = AC, donc AD = AE et ADE isos. A est com: aux deux Tr: isos: donc ADE = ABC et le Tr: est isos:



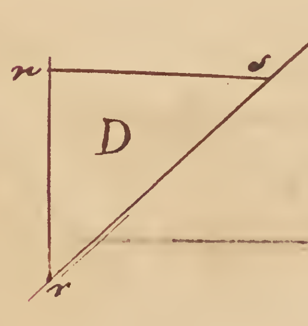
Si le Tr: est rect: et isos: les cotés de l'angle droit sont les perp:s

Si l'angle A est obtus alors il faudra prolonger les cotés de l'angle droit mais on aura toujours DBC = BEC et DC = BE retranchant BAC et AB on aura DA = AE et DAE isos: mais DAE = BAC comme opp: par le som: donc DAE = ABC et DE paral: à BC.



Problema = Cortar de un cuadrado lo bastante p.a que quede hecho un octogono regular.

Sea beoq el cuadrado dado; la incognita del problema será la parte bc ó de que deberé cortar de cada lado para que cd sea el lado del octogono. Llamo a el lado del cuadrado y x á la parte bc: el lado cd del octogono estará representado por ... $a-2x$ pero siendo cd igual á cm en el triangulo rectangulo isoseles mbc será $mc=\sqrt{2x^2}$ y siendo $mc=a-2x$ se tendrá la ecuac.n ... $a-2x=\sqrt{2x^2}$ y elevando al cuadrado ... $a^2-4ax+4x^2=2x^2$ ó $x^2-2ax+\frac{1}{2}a^2=0$ y tendremos $x=a\pm\sqrt{(a^2-\frac{1}{2}a^2)}$ ó $x=a\pm\sqrt{\frac{1}{2}a^2}$ ó $x=a\pm\sqrt{(\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}a^2)}$ tomo el signo negativo p.a q.e la parte x no sea mayor q.e el lado a y el radical denota la hipotenusa de un triang.o isoseles cuyos lados son $\frac{1}{2}a$



Construc.n = Formese el triang.o rect.o isoseles rns (fig.a D) siendo los lados rn, ns iguales á $\frac{1}{2}a$ y la hypotenusa rs será el radical, restandola de rt, q.e es a se tendra $x=st$, que es lo que se ha de cortar

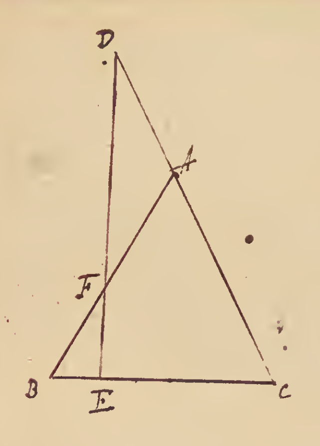
delos lados del cuadrado p.ª tener el octogono pedido.

Théorème

Si on divise en deux parties égales les 4 angles d'un parallélog. et qu'on joigne les points n et m où ces lignes de division se coupent, nm sera paral: aux côtés opposés AB et DC et égal à la differ. des côtés adj. $AB - AD$.
Nous savons que HmGn est un rectangle, donc HG paral: AG et $BmC = AnD$, $AD = BC$; $ADG = ABC$ donc leurs moitiés $ADn = mBC$ donc tr. $AnD = mBC$; mais $ADn = DnG$ car Dn com: $AnD = DnG$ comme tr: $ADn = nDG$ donc $nDG = BmC$ donc $nG = mC$: ces deux lignes sont aussi paral: donc nmCG parallélogr: nm paral et egale GC. $AD = DG$ donc $DC - AD = DC - DG = GC = mn$.

Théorème

Soit un parallélog: ABCD: par l'un des sommets C on tire une ligne quelconque EG: si du sommet opposé on abaisse la perp. AF elle sera égale à la somme des perp.s abaissées des deux autres sommets $DE + BG$ —.
Soit DO paral: à EG. Les angles de AOD sont égaux à ceux de BGC puisque leurs côtés sont paral: $AD = BC$ donc tr: $AOD = BGC$, donc $BG = AO$: mais puisque DOFE est un parallélogr: $DE = OF$ donc
$AO + OF = DE + BG$.
Si E'G est intérieure au quadr: alors $AF' = DE' - BG'$ car tr: AOD comme auparavant $= BG'C$; donc $DO = BG'$, mais $OE' = AF'$ donc $DE' - AF' = BG'$

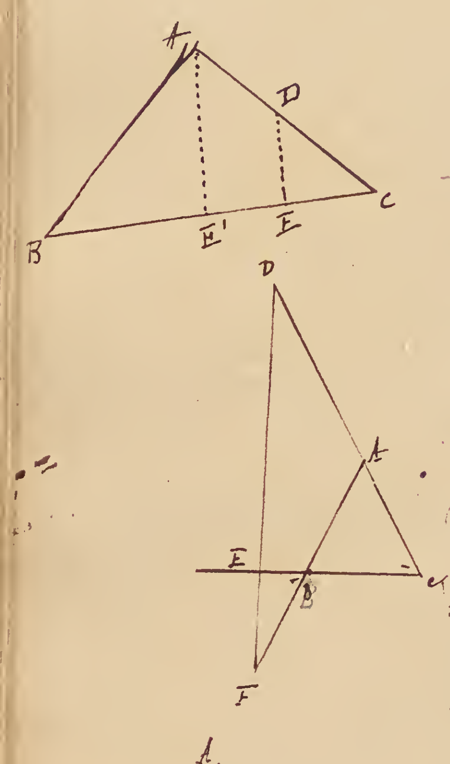


Théorème

Si dans un Tr: isos: on prolonge un des côtés égaux AC et que d'un point quelconque D de ce côté ainsi prolongé on abaisse la perp: DE sur la base, je dis que le Tr: DAF ainsi formé sera isos:

FBE semblable à DEC car B = C, E = E donc D = BFE ou = DFA.

Si D était sur AC pour que DEC fut isos: il faudrait que C = $\frac{1}{2}$ dr: et par cons: A = 1 dr: c. à. d que le Tr: donné fût rectangle (de même si la perp: était abaissée du sommet.



Si DF tombait en dehors de la base alors DAF serait toujours isos: car EBF sembl: DEC puisque E droit. EBF = ABC = C donc F = D c.q.f.d.

Théorème.

Si on joint les milieux des 3 côtés d'un Tr: quelconque ce Tr: sera divisé en 4 Tr: égaux

Je prolonge EH = DE et je joins HC : alors ADE = EHC car AE = EC, DE = EH et AED = HEC donc HC = AD = DB et paral: puisque ADE = EHC, donc DHCB est un paralgr: et DE par: BC et égale et puisque DE = EH, et BF = FC, DE = BF et DEFC est un paralgr: et de même DEFC donc ADE = DBF = EFC = DEF puisque côtés égaux.

Théorème

Si dans un quadr: les diagonales sont coupées égales et coupées en parties égales le quadrilatère est un rectangle.

Puisque les diagonales sont coupées en parties égales et que les angles opposés en O sont égaux, $AB = DC$, $AD = BC$ donc $ABCD$ paralgr: donc $BAD + ADC = 2$ dr: donc $OAB + OAD = ODC + ODA = 1$ dt: &c.

Théorème.

Si par deux points A, B, on tire deux droites AM, BM de sorte que $a = a'$, $AM + MB$ sera un minimum pour aller du point A au point B en touchant CD, c. à. d. $AM + MB < AM' + M'B$.

Soit $DME = AMC = BMD$: $MDB = MDE$, MD com: donc $BMD = MDE$ donc $ME = MB$, $AE = AM + MB$. Mais puisque $BD = DE$, tr: $M'DB = M'DE$ et $M'E = M'B$; mais $AM' + M'E > AE$, donc $AM' + M'B > AM + MB$.

Théorème.

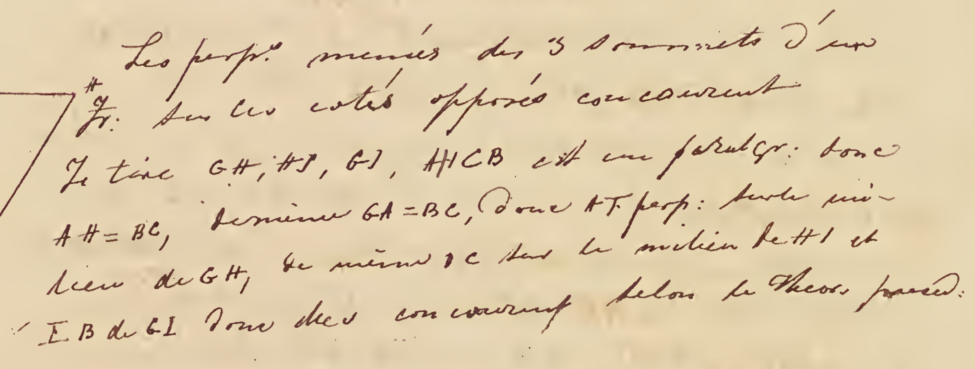
Les lignes qui divisent en deux parties égales les 3 angles d'un tr: se coupent en un même point.

BD et DC se rencontrent puisqu'elles sont des obliques sur BC: j'abaisse les perp.s tr: $DBG = EDB$ car $DGB = DEB$, hyp: BD com: et $DBE = DBG$, donc $ED = DG$ par la même raison $= DF$ donc tr: $AED = ADF$ puisque $ED = DF$, et AD com: et $AED = DFA$ donc $EAD = DAF$. — —

Théorème.

Les perp.s sur les milieux des côtés d'un Tr: concourent.

OC et OF se rencontrent puisqu'elles sont obliques sur FC. OB=OD comme s'écartant également de F de même OD=OA donc OB=OA et la perp. OE l'est sur le milieu.



Théorème.

Les perp.s menées des 3 sommets d'un Tr: sur les cotés opposés concourent

Je tire GH, HI, GI, AHCB est un paralgr: donc AH=BC, de même GA=BC, donc AF perp: sur le milieu de GH, de même IC sur le milieu de HI et EB de GI donc elles concourent selon le theor. précéd:

Théorème

Le quarré formé sur l'hypothenuse d'un Tr: rect. est égal à la somme des quarrés formés sur les deux cotés de l'angle droit.

BA=AE=KC. AC=BD=Ai. —

Dans le rectangle ABDC, Tr: ABC=BDC=KCL=IKL=FEK=FhK.
DBC+BCD=1D: DBC+cBM=1D: donc BCD=cBM donc
Tr: CBD=cBM de même =EMN=dCN donc les 4
Tr: du quarré MC=4Tr. des rectg: FK+KL= qu: BE+qu AL—
Hilh. Ed=EN=dN= KI−Kh=hI. de même =CD=Dd=CE=
Ii=IH=Hh: quarré ED= qu: HI. donc Qu: MC= 4Tr: + qu ED=
4Tr: + HI=EB+iC. —

Théorème.

Si dans l'intérieur d'un Tr: équilatéral on prend un point quelque la somme des les 3 perp:s abaissés de ces points sur les côtés sera égale à la hauteur du triangle.

1.° Je prends le point D sur l'un des cotes: je dis qu'on aura DG + DE = AF

car si je tire DH paral: à BC, j'aurai D = B H = C; Tr: ADH semblable ABC et par conseq: équil: la hauteur DG = Am, mais mF = DE, donc Am + mF = DE + DG —

2: Soit le point D dans l'intérieur on aura DE + DG + DF = AH. car DG = mH et DE + DF = Am d'après le cas précédent &c —

3.° Soit le point D sur la hauteur, puis Dm com: je dis que DE + DF = DA

Je forme HFA = HAF. ; HAF = ½ de BAC = ⅓ de droit.
HFA = ⅓ de droit donc HFD = 1 droit − ⅓ de dr: = ⅔ de droit.
FHD = HAF + AFH = ⅔ droits. donc HDF = 2 DF − 4/3 de dr: = ⅔ D.
Donc Tri: HFD équil: DH = HF = AH = DF donc DF = ½ AD.
Tr: ADF = ADE donc ED = DF = ½ AD donc ED + DF = AD. —

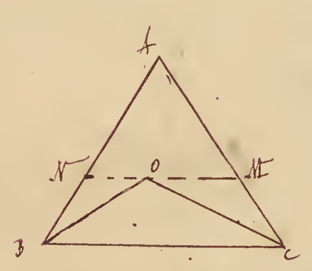
4.° Si le point D est pris dehors on aura Am = DE + DF − DG
DF = Im, EK = LH = AI donc Am = DF + EK je dis que KD = DG
Tr: HGD = KHD car HD com: DHG = AHI = ⅔ de dr: HGD = 1 droit
HDG = ⅓ de dr: — KHD = 2 dr − 1 dr KHL − ⅓ de dr. LHI = ⅔ de dr:
HKD = 1 dr: donc Tr: HGD = KHD donc DG = KD donc est pris
Am = DF + DE − DG. C. Q. F. D.

Théorème

Dans tout parallélogramme ABCD les droites m m''' et m' m'' qui joignent les milieux des côtés opposés se rencontrent au point de concours des diagonales et la figure m m' m'' m''' est un parallélogramme moitié de ABCD. — Car dans les tr. mBO, et DOm'' on mOB = m''OD, Om''D = OmB, comme alternes externes, et de même ODm'' = mBO; de plus mB = Dm'' donc ils sont égaux et OB = OD c.à.d que m m'' passe par le milieu de la diagonale BD par la même raison m' m''' passe par le milieu de AC.

2° Tr: Omm''' = m'Om'' comme ayant un angle égal opposé par le sommet compris entre côtés égaux: donc Omm''' = Om'm'' ; donc mm''' = et parall: m'm'' donc m m' m'' m''' parallgr: il contient les des 8 tr.s égaux du parallelgr: ABCD donc = $\frac{ABCD}{2}$

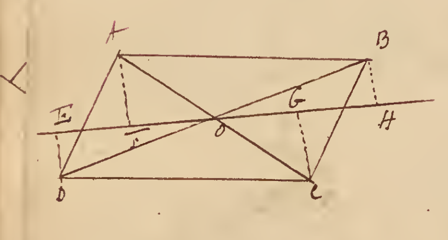
Si par les sommets B, C d'un tr: on mène deux droites qui divisent les deux angles en deux parties égales et que par O point de rencontre on tire une parallèle à BC, on aura MN = la somme des côtés segmens sur les côtés, c. a. D. NM = NB + MC —



Car MOC = OCB comme alternes internes; donc MOC = MCO donc Tr: OMC isoscè: et OM = MC: de même ON = NB —

Théorème.

Si par le milieu O d'un parallélogramme, on tire une ligne indéfinie EH et qu'on abaisse les 4 perpend.rs des sommets, la somme des deux perp.s d'un côté BH + AF égale la somme des deux autres perpd.s GC + ED. —



Tr: BHO = OED; car ils sont rectangles; BOH = EOD et l'hypoth: BO = OD ; donc BH = ED; de même AE = GC, donc AE + BH = GC + ED. —

Théorème.

Si dans un Quad: on divise les angles extérieurs A, B, C, D en deux parties égales, on formera un quad: mnpq dans lequel la somme des angles opposés est égale à deux droits.

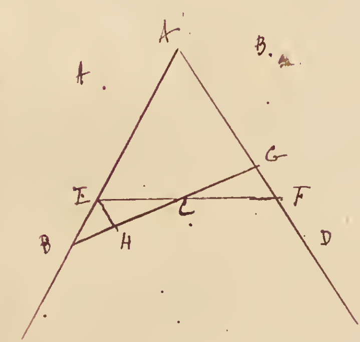
En effet si je divise les angles intérieurs en deux parties égales je formerai ainsi un quadrilatère dans lequel la somme des angles opposés est égale à deux droits. Or $aAD = aAB$, et $qAD = BAm$ donc $aAq = aAm$, c.à.d. que les côtés de l'angle a sont perpend. sur ceux de q, et que par conséquent les deux angles sont égaux: de même $c = n$ donc puisque $a + c = 2$ dr.; $q + n = 2$ droits.

Théorème.

Si l'on forme le carré sur l'hypothénuse, et sur les deux côtés de l'angle droit, je dis que EAF sera une ligne droite et que EC et AB seront perp. l'une sur l'autre ——

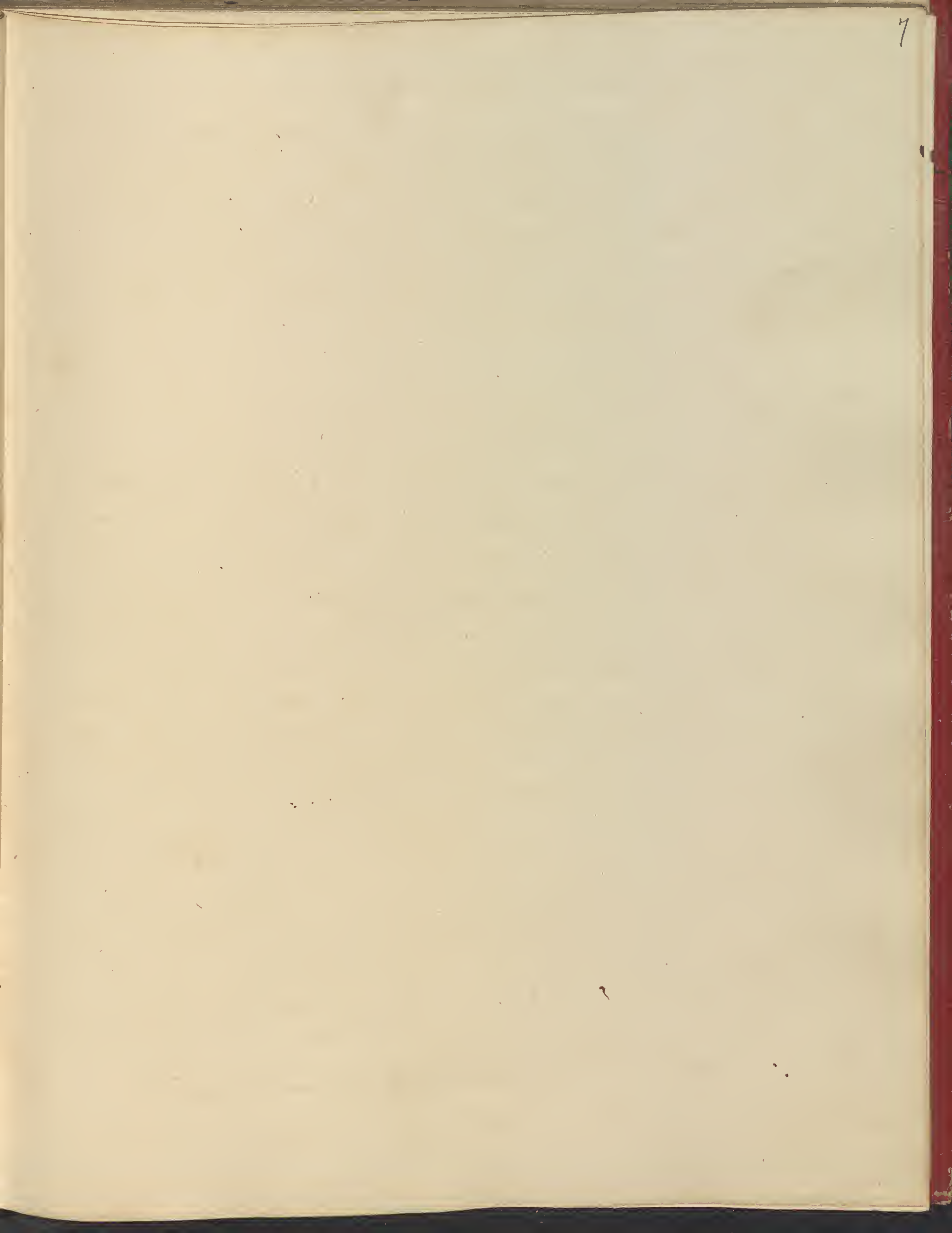
1° Je tire EA et AF: je dis que EA + AF forme une droite: en effet EAB = 1/2 droit: de même FAC et BAC = 1 droit: //

Théorème



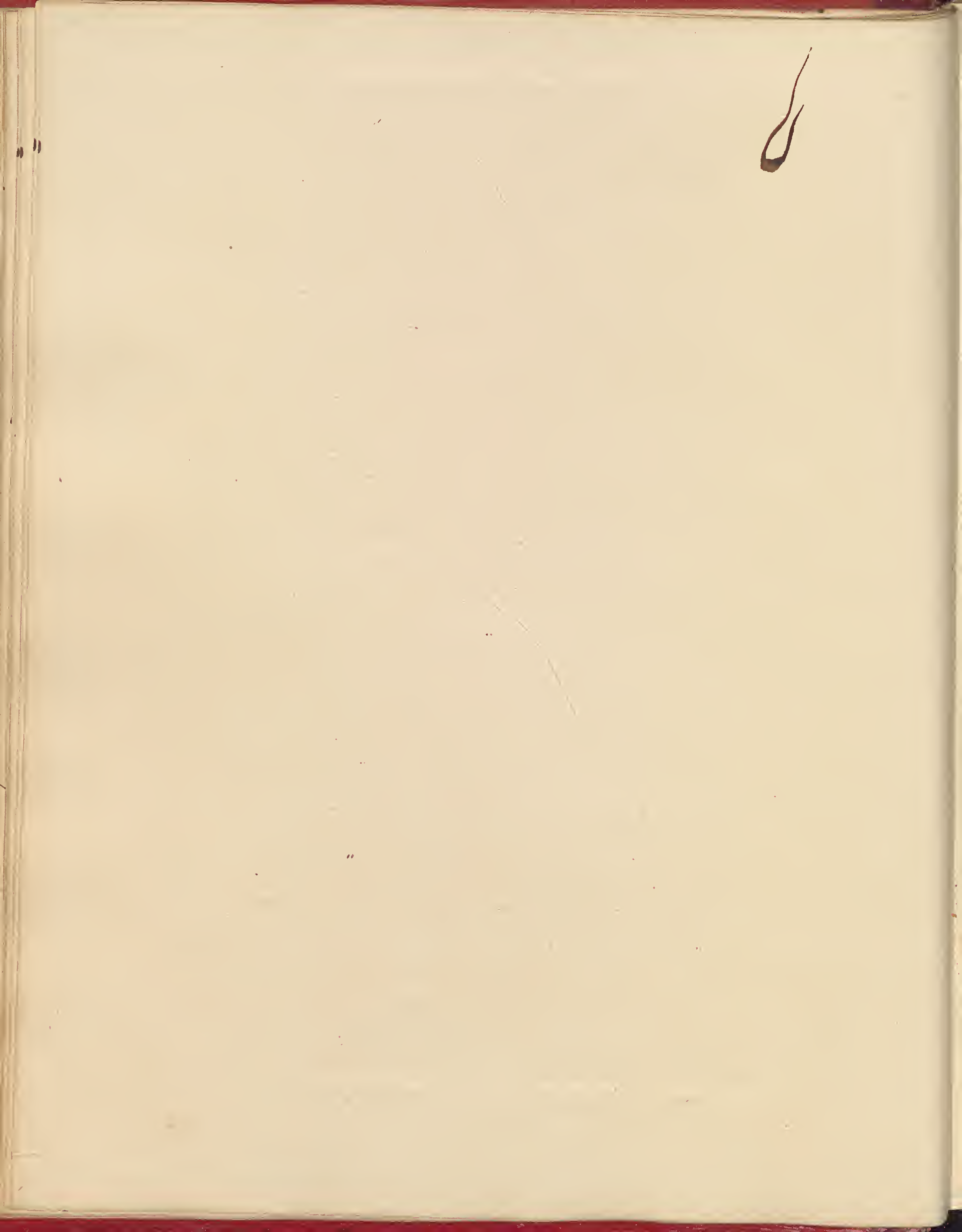
Parmi tous les Tr. déterminés par des droites ECF, BCG menées par un point C donné dans l'intérieur d'un angle A, le minimum sera celui qui correspond à la droite qui est divisée au point C en deux parties égales;

Soit EF telle que CF = CE: toute autre ligne GB sera telle que GC < CB: sur le plus ~~pet.~~ grand côté CB je prends CH = CG; Tr. GCF = ECH comme ayant un angle égal compris entre deux côtés égaux donc AEF = AEHC, donc ABG est plus gr. que AEF de EHB.



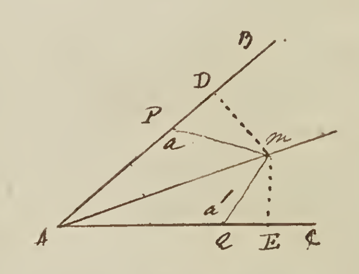








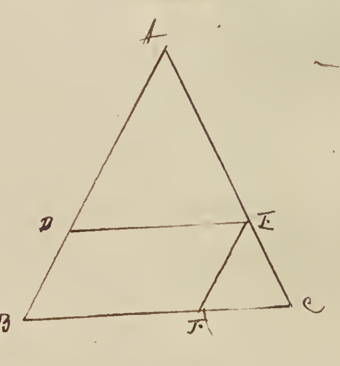
Problème.



Étant donné l'angle BAC trouver dans son intérieur un point m tel que si de ce point on tire les droites mP, mQ, terminées aux premières en faisant a = a' on ait mP = mQ.

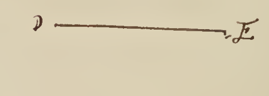
Soit le pro: rés: je joigns Am; com: a = a' donc DPm = mQE, D = E, Pm = Qm donc Tr: DmP = mQE; Dm = mE, Am com: D = E donc Tr: DmA = mAE donc DAm = mAE donc le point m se trouve sur Am qui divise BAC en deux parties égales. Puisque DmA = mEA, et DmP = mQE, DA − DP = AE − QE, donc si je divise BAC en 2 part: égales, et je prends AP = AQ, en joignant un point quelconque m de Am j'aurai a = a' et am = a'm. —

Problème.

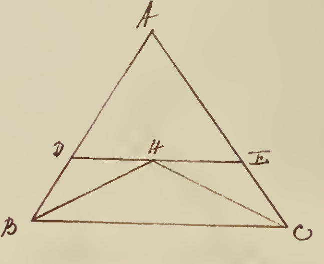


Étant donné un Tr: ABC on demande de tirer une parallèle à la base = DE.

Je prends BF = DE je tire EF par: AB. à partir de E, ED par: BC. DEFB parallgr: donc DE par: et = BF = DE. —



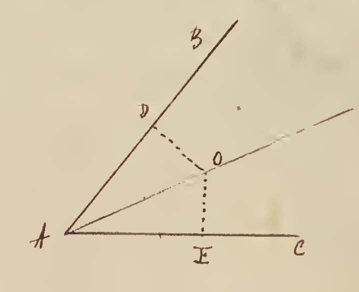
Problème



Étant donné le Tr: ABC tirer DE par: à la base telle que DE = DB + EC

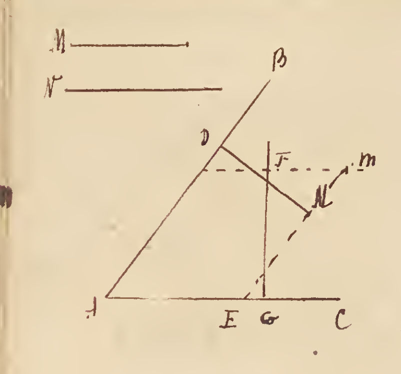
Soit le p: rés: puisque DH = DB, DHB = DBH mais DHB = HBC donc DBH = HBC donc H sur BH qui divise B en 2 parties égales; de même sur HC qui divise C en 2 p: égales, donc leur point d'intersection H est le point cherché.

Problème.

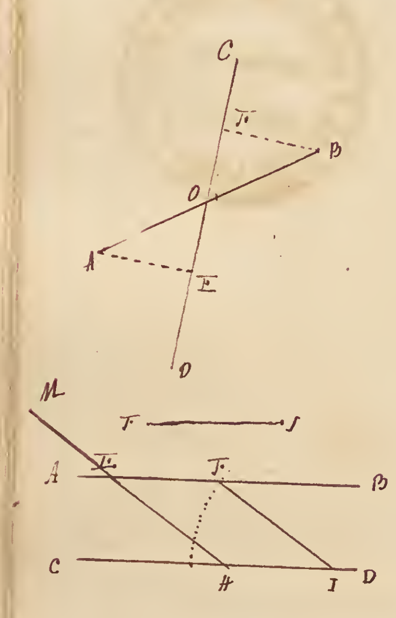


Trouver dans l'angle A un point tel que les perp° abaissées sur les côtés de l'angle soient, 1° égales, 2° égales à deux lignes M; N données

R°: si je divise A en 2 par: égales. ~~tous~~ et si de quelque point O de la droite AO j'abaisse les perp: j'aurai Tr: DOA = OAE car D = E, DAO = OAE, et AO com: donc OE = OD —



2° Soit en persp: OM = M. et ME par: AB: tous les points de cette par: sont à une distance OM = M. De même tous les points de la par: FG sont à une distance de AE = DFG = N donc un point d'intersection de ces 2 par: est le point cherché.



Problème

Trois point A, C, B, étant donnés, tirer par l'un d'eux C, une droite CD telle que les perp.s abaissées de A et de B sur CD soient égales.

Soit le p: res: FB = AE, F = E, FB et AE étant perp. sur CD sont par.s Donc B = A donc Tr. OAE = FBO, donc AO = OB, donc si je joign AB, et je prends son milieu O, ACOD est la ligne demandée.

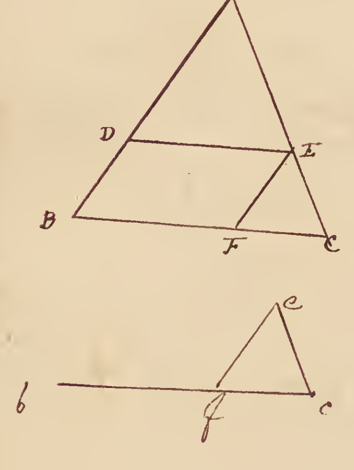
Problème

2 par: AB, CD étant données, tirer entre elles EH = FI une ligne donnée d'un point M hors de ces par:s ?

D'un point F quelconque je tire FI = FI donnée. de M, MH par: FI, EFIH paralgr: donc EH = FI.

Problème

Trouver sur l'un des côtés d'un Tr. ou sur son prolongement un point tel qu'en menant de ce point une parallèle à la base jusqu'à sa rencontre avec l'autre côté, cette parallèle soit égale à une ligne donnée plus gr. que la base du Tr.



Soit le p: res: bc ligne donnée, FC = fc, c = C f = F donc Tr: EFC = efc. donc Tr: efc formé sur bc — DE équiangle à ADE: donc en prenant DB = ef et tirant la paral: BC elle sera = bc —

Problème.

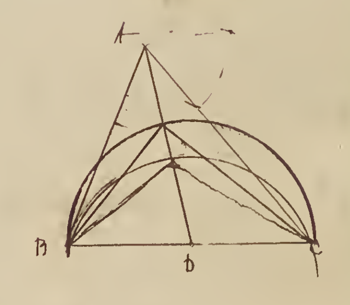
Construire un trapeze connaissant les 4 côtés et sachant les quels sont les bases, M et N

Soit le pr: res: Si je puis déterminer le point P, le pr: sera res: car je connais la longueur et la direction de PQ; or P est le sommet d'un Tr: dont je connais 1° La base, = M − N, 2° le côté PM = P du quadr: trapeze, 3° PA = QA = Q donné donc je connais le Tr: PAM et son sommet donné &c —

Problème

On donne un Tr: ABC; on demande de déterminer sur la ligne AD qui joint le sommet A avec le milieu de la base un point O tel qu'en joignant OB, OC, il fasse un angle BOC double de A, et un autre point I tel qu'en joignant IB, IC, BIC soit droit —

Ces points se trouvera à la fois sur un segment capable des angles donnés sur BC, et sur AD —



Problème

Étant donné un point D sur le côté AB d'un Tr: ABC, on demande de déterminer sur AC un point G tel que DG soit égale à la somme des segmens BD + GC

B.

A.

C

Problème

On donne 3 points A, B, C non en ligne droite; on demande de mener la ligne DCE par le point C, telle que si des points A et B on abaisse les perpend. AD, BE, les segmens DC et CE soit égaux entre eux — —

Problème.

A H n B
o
D m G E
F
K
c

Étant donnés un point C hors de deux parallèles AB, DE, mener entre ces parallèles une droite HG parallèle à FK et telle qu'en joignant HC, GC on ait HC = GC —
Supposons le pr. rés: on doit avoir CH = CG donc tr. CAG isoscèle: do. la perpend: sur FK qui le sera aussi sur sa parallèle HG passera par le milieu de HG on aura ainsi deux tr. AnO, OGm qui

Problème

C
A o B
E
D

On donne une droite AB, et deux points situés l'un d'un côté l'autre de l'autre de AB; on demande de déterminer sur AB un point O tel que CO − OD soit un minimum —
CO − OD sera un minimum si = o de la perp: élevée au milieu de CD jouit partout de cette propriété, donc O est le point cherché.

Problème

(2e)

Étant donnés 3 points A, B, C trouver un point O tel que les lignes OA + OB + OC forment un minimum — —

Problème

Trouver un point C tel que la somme de ses distances à deux points A, et B donnés, et à une droite donnée soit un minimum

Nous savons que ce sera lorsque $a = a'$ ainsi pour les former tels on n'a qu'à prolonger CE = AC et joindre BE car Tr: ACD = CDE donc $a =$ CDE $= a'$ —

Problème

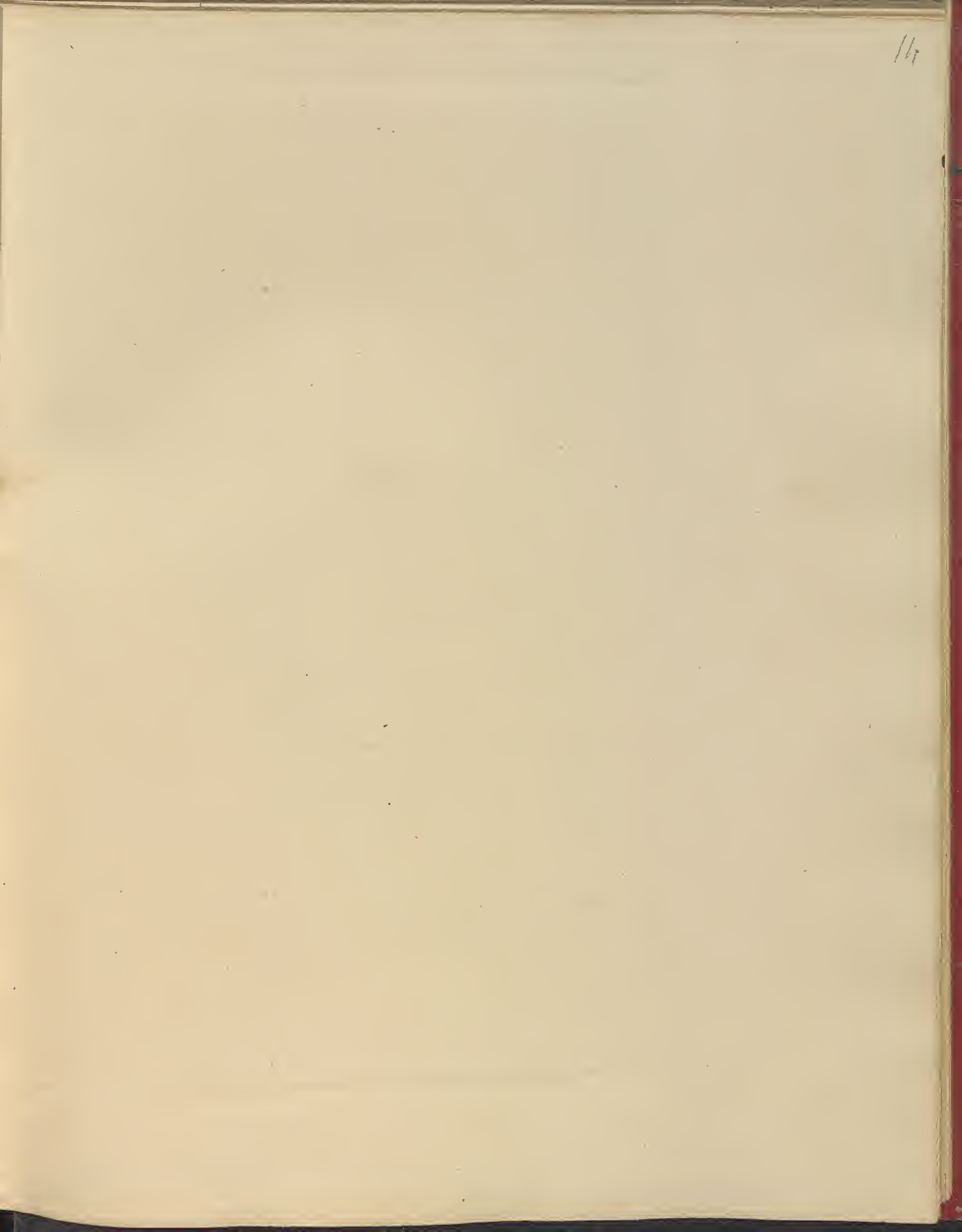
Étant donnés trois points A, B, C tirer par C une droite telle que si de A et de B on abaisse les perp. AM, BP, on ait PC = CM.

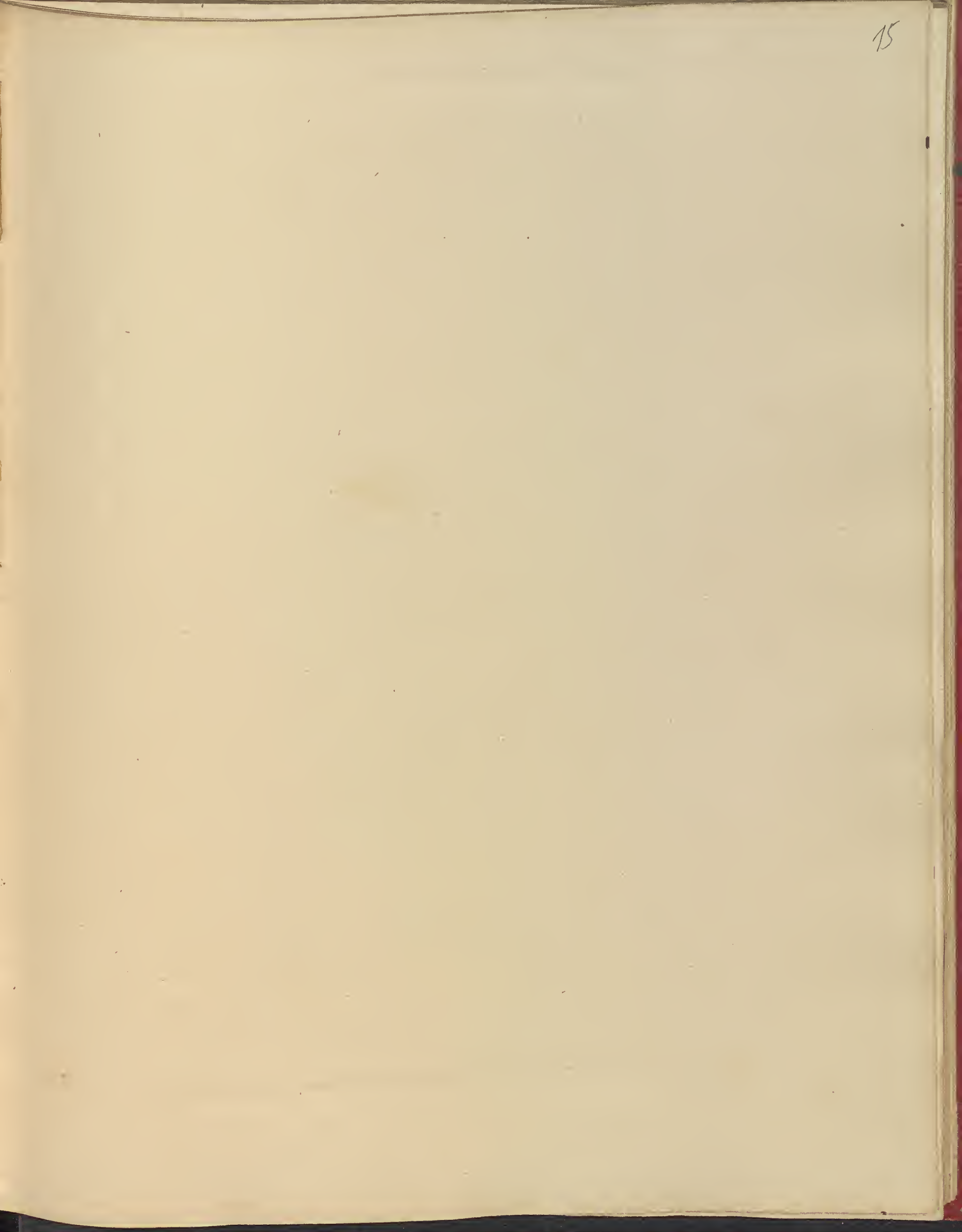
Sup. le pr. rés.: on a CP = CM; MCD = BCP, M = P comme dr.; donc Tr. MCD = BCP donc BC = CD: donc si je prolonge BC et je prolonge CD = BC, et si après avoir joint DA j'abaisse CM perp. sur AD, le problème sera résolu.

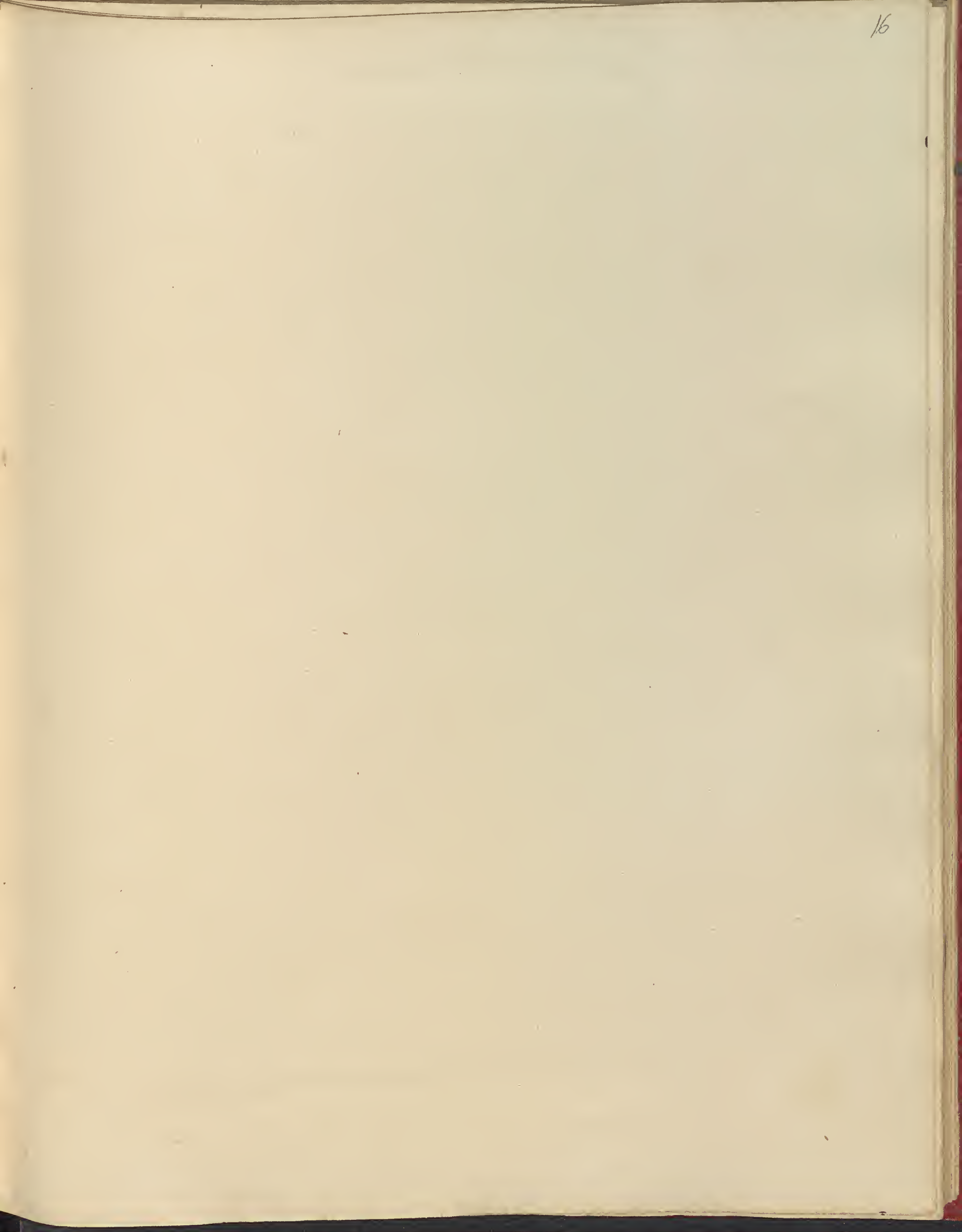
Problème

On demande la corde minima que l'on puisse tirer par un point M dans un cercle.

La perp. sur le diamètre MO. Car la mesure de toute autre corde CD ou autre sera une oblique mO donc elle sera plus éloignée et plus grande.




15

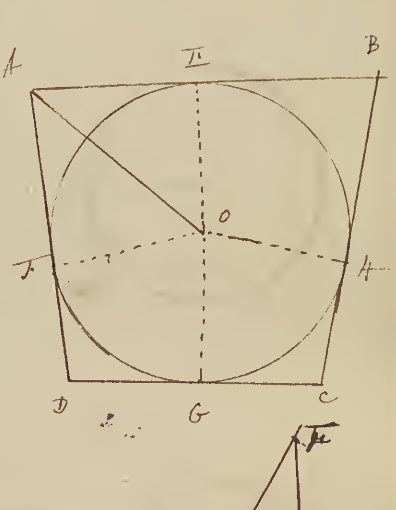


Théorème

Si un quadrilatère est tel qu'on puisse lui inscrire un cercle, la somme des côtés opposés est la même, c. à d. AB + DC = AD + BC

En effet Tr: AFO = AEO car ils sont rectangles en E et F, hyp: AO com: EO = OF; donc AE = AF (de même EB = BH; HC = CG, GD = FD

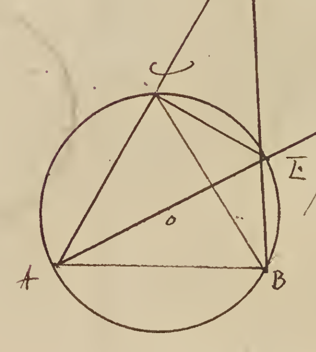
donc AE + EB + DG + GC = AF + BH + FD + HC —



Théorème

De tous les Tr: qui ont pour base AB, et dont le sommet opposé est sur l'arc ACB, le Tr: isoscèle est celui dans lequel AC + CB est un maximum —

1° Je dis que AC + CB > AE + EB lorsque AE passe par le centre. Car si je prolonge CF = CA puisque ECA est droit Tr: ECA = FCE donc FE = AE, CF = AC = CB, donc la prop: se réduit à prouver que AF > FB. or cela est évident car B est droit donc il est le plus gr: angle donc AF le pl: gr: côté..



Théorème

La somme des distances de deux points fixes A et B à une circonf: aussi donnée est un minimum lorsque les deux droites AC, BC forment des angles égaux avec le rayon OC.

Si je tire une tangente EG j'aurai $OCE = OCG$ donc $ECA = BCG$ donc $AC + CB < AD + DB < AC' + C'B$ —

Théorème

Les rayons qui joignent les extrémités d'une corde commune à deux cercles tangens sont parallèles. on aura aussi EA paral: BD — —
1º En effet BmC = OmA comme opposés par le sommet, mais tr.s OmA et mCB isoscèles donc OAm = mBC et puisqu'ils sont alternes internes OA parallèle CB. 2º Dans les tr.s EmA, mBD, EmA = DmB; EAm = mBD comme droits; donc AEm = mBD, EA parall: BD.

Théorème.

D'un point M pris hors d'un cercle on tire MOE; puis deux secantes MC, MD telles que CME = EMD je dis que AB parall: CD. Car en menant conf. nAC E = nBDE; An + CE = nB + DE comme mesures de deux angles égaux; donc AC = BD, donc ils sont compris entre parallèles.

— Théorème —

Les distances maxima et minima d'un point à une circonf. sont situées sur la droite qui joint le point donné au centre du cercle.
$MO + OD$, $MO + OD > MD$ —
1º $MA > MD$ car $MA = MO + OD$, $MO + OD > MD$ —
2º $MC < MB$ car $MC + CO < MB + BO$. or $CO = BO$ donc $MC < MB$
Si M' est dans l'intérieur, on aura toujours
1º $M'A' > M'D'$, car $M'A' = A'O + OD'$ et $M'O + OD' > M'D'$ —
2º $M'C' < M'B'$ car $OM' + M'B' > OB'$ donc $> OC'$, OM' commun —
Donc $M'C' < M'B'$ —

composition. Déc: — 1828. ~~Problème~~ Théorème

Si deux cercles tangens sont tels que $om = 2mc$, je dis qu'en tirant une double corde par le point de contact on aura $Am = 2mB$ — —

~~Soit abaissé la perp:~~ Je joigne o avec le milieu de mA il s'agit de prouver que $nm = mB$: nous savons que DA paral: BE ~~donc BmE et mDA sont équiangles:~~ mais On qui joint les milieux des côtés est paral: à la base donc On paral: BE donc les tr. Omn et BEm ont un côté égal $Om = mE$; et les angles égaux donc $nm = mB$ —

Si les cercles sont tangens extérieurement, on aura toujours AD paral. On et puisque On est tirée du milieu de mD elle tombera sur le milieu de Am.

Théorème

Si deux cordes BC, EF sont égales, leur prolongement dans un cercle secant un premier seront aussi égales $BA = FG$.

Supposons que BC et FE prolongées se rencontrent en D. $B'O'D = O'FD$ car $B'O' = O'F$, ils sont rectangles et hyppoth: $O'D$ commune donc $B'DO' = O'DF$ donc tr: $A'OD = OG'D$ car $A'DO = ODG'$. OD commune, et ils sont rectangles: donc $OA' = OG'$ donc $AB = GF$. C.Q.F.D.

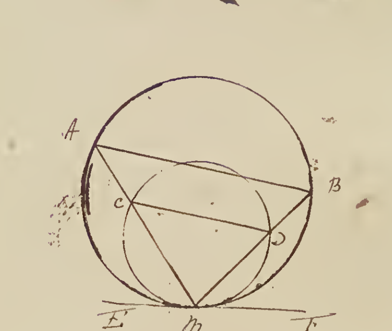
Soient BC, et EF paral: on a $BmC = EpF$: $CnE = BqF$ donc $BCE = BFE$ donc angle $BCE = BFE$ et droits: de même $CBF = CEF$ et droits: donc BCEF rectangle: mais puisque AB paral. GE, $BSF = ArG$ $BF = AG$: BF perp: donc AG aussi donc ABFG fait rectangle $AB = GF$.

Théorème

Soient deux cercles cercles tangents : si par le point de tangence on tire deux doubles cordes, les lignes AB, CD, qui joint les extrémités de ces cordes sont parallèles.

A = BmF comme ayant pour mesure la moitié du même arc Bm : de même D = EmC mais BmF = EmC donc A = D donc AB et CD parall.

Si les cercles sont tangents intérieurement, on aura B = AmE ; de même CDm = AmE donc B = CDm, donc AB parall. CD.

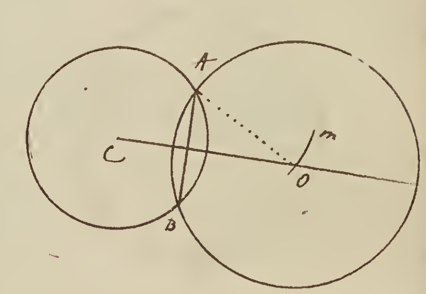




Problème

Faire passer une circonf. d'un rayon M donné par 2 points A, B pris sur une circonf. donnée. A

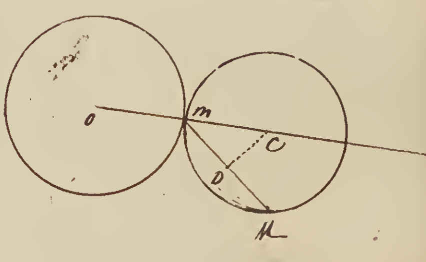
La circonf. qui passe par A, B doit trouver son centre sur la perp. élevée au milieu de AB, et comme elle doit être à une distance (de A = M, en prenant pour rayon et décrivant la circon, O sera le centre. —



Problème

Décrire une circonf. tangente en m à une autre circonf. donnée et passant par un point M donné.

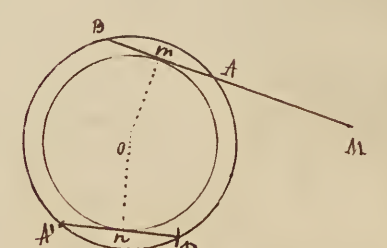
Le centre de cette circonf. doit se trouver sur la ligne OC qui joint le centre O et le point m de contact. elle doit aussi se trouver sur la perp. élevée sur le milieu de mM, donc C est le centre cherché. —



Problème.

D'un point M donné hors d'un cercle tirer à travers ce cercle une sécante MAB telle que la partie AB comprise dans le cercle soit égale à une ligne P donnée.

Soit le pr. rés: Toutes les cordes A'P, BA = P sont tangentes à une même circonf. O m puisqu'elles s'écartent d'une même distance om du centre O, donc si je tire une corde quelque A'P = P et je fais une circonf. On tangente à A'P, je n'ai qu'à tirer MB tangente à Om: AB sera = P. —

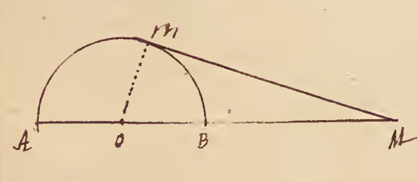


Problème.

Déterminer le cercle dans lequel deux lignes M, N soustendraient des arcs double l'un de l'autre. — Le problème est-il toujours possible.

Soit le pro: rés: AB = M, AC = N. ACB doit être = 2 AC, donc AC = CB. donc le centre se trouve sur la perp: élevée au milieu de AB. Donc si je prends AC = N, ce sera la circonf. qui passe par A, B, et C. Le problème ne sera pas possible si N = ou < $\frac{M}{2}$. —

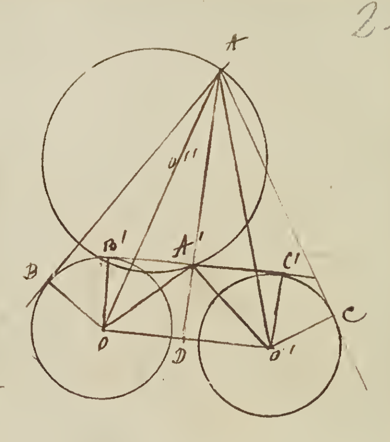
Problème.



Étant donné de position un diamètre AB trouver sur le prolongement de ce diamètre un point M duquel menant la tangente au cercle Mm, cette tangente soit égale à une ligne donnée.

Soit le pr: rés: dans le tr: mMO je connais Om, mM et l'angle compris OmM droit. Je puis construire le tr: en prolongeant OM = la base.

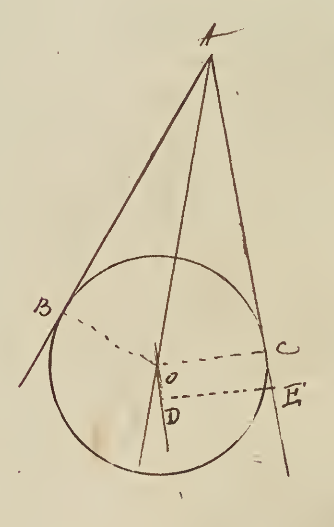
Le prob: pourrait se résoudre [de] même manière si l'on demandait de tirer deux tangentes égales à deux lignes données, à deux cercles donnés d'un point M



Problème.

Étant donnés 2 cercles égaux O, O' trouver sur un troisième O'' un ou plusieurs points tels que les tangentes tirées de ces points aux deux autres cercles soient égales entre elles

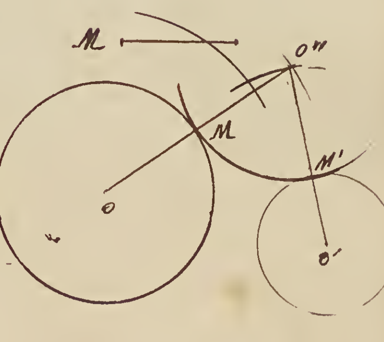
Soit le pr: rés: nous avons AB = AC, BO = O'C et B = C donc tr: ABO = AO'C donc AO = AO', c. à. d. que le point cherché se trouve à égales distances de O et de O' ou sur la perp: AD au milieu de OO' et en même temps sur la circonf: O'' donc c'est A ou A'



Problème

Décrire un cercle tangent à deux droites données et ayant pour rayon une ligne donnée

Soit le pr: rés: tr: rect: ABO = AOC car AO com: BO = OC donc BAO = OAC donc le centre se trouve sur la ligne AO qui divise l'angle donné en deux parties égales et puisque le rayon DE est connu en élevant DE perp: sur AC et tirant DO paral: O sera le centre cherché. —



Problème.

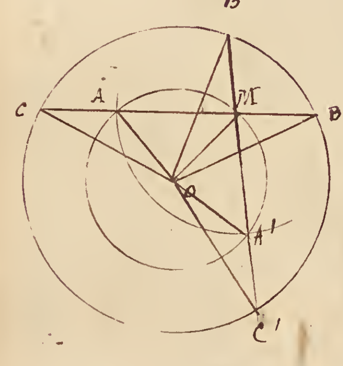
Décrire un cercle tangent à deux cercles donnés O, O' et ayant pour rayon une ligne M donnée. Soit le pr: rés: OO'' qui joint les centres, est = OM + M, O'O'' = O'M' + M donc O'' point d'intersection des deux arcs OO'' O'O'' est le centre.

Problème.

D'un point C donné hors d'un cercle tirer une secante de manière qu'en menant la tangente AB elle fasse un angle CAB égal à un angle donné

Soit le pr: res: puisque OAB est droit, OAC est connu: Donc le point A se trouve sur un segment capable de OAC sur OC, et en même temps sur la circonf: donc il est décidé.

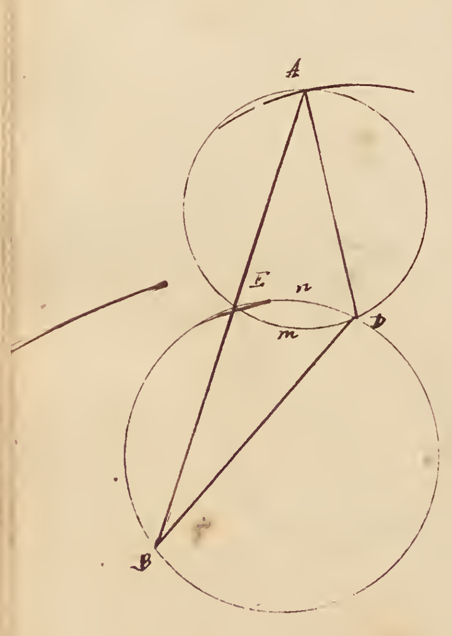
K



Problème

Étant donné un cercle O et un point M dans ce cercle on demande de tirer par M la corde BMC de sorte que la difference MC−MB des segmens soit égale K une ligne donné.

Soit le pr: res: Soit CA=MB, MC−AC=AM=K
Tr: CBO isos: Donc B=C, OB=OC, BM=CA Donc
Tr: MBO=AOC donc OA=OM donc cercle OM
lieu du point A mais K connu donc
cercle AA' lieu: donc 2 points A, A'

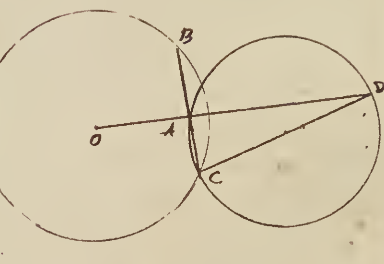


Problème.

Par le point E où deux cercles se coupent tirer une secante commune telle que la somme des parties interceptées dans le cercle soient égale à une ligne donnée.

Soit le pr: res: je joign AB, BD. dans le Tr: ABD je connais AB, l'angle A qui a pour mesure $\frac{EmD}{2}$ et B = $\frac{EmD}{2}$: donc il est connu; donc je connais AD: je decris un cercle qui determinera à partir du D, AEB déterminé.

Problème



Etant donnés deux cercles secants, tirer CAB de sorte que CA = AB

Soit le pr: res: & AC = AB donc DA perp: au milieu de BC: mais DAC droit, donc DA perp: à BC, donc DAO est une ligne droite: donc si je tire CD et que je joign DO, A sera le point cherché.

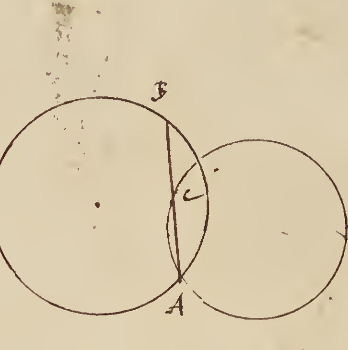
Problème.

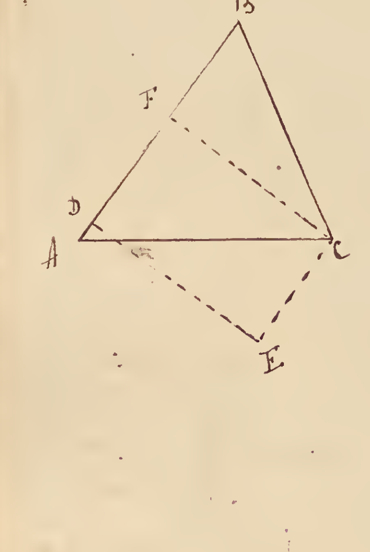
Inscrire dans un parallelogramme un rectangle dont on connait la diagonale M

(Du point M je tire AM = M; en M je leve la perp: MF, et de A, AE AEMF rectangle cherché.

Problème

on donne deux cercles secants: on demande de tirer par le point A une secante commune telle que AD-AC = une ligne donnée

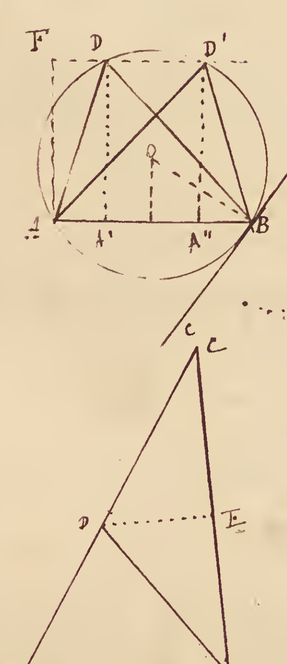




Problème

Construire un Tr: connaissant 1° un angle, 2° un côté adjacent, & 3° la distance du côté au sommet opposé.

L'angle A est connu, le côté AB; et la distance DE du côté AB à l'angle opposé. Je forme A, je prends AB: en un point quelconque D je lève DE, et EC parall: le point C de rencontre est le sommet cherché, FC=DE. —



Problème.

Construire un Tr: connaissant

1° La base,
2° La hauteur,
3° L'angle opposé à la base

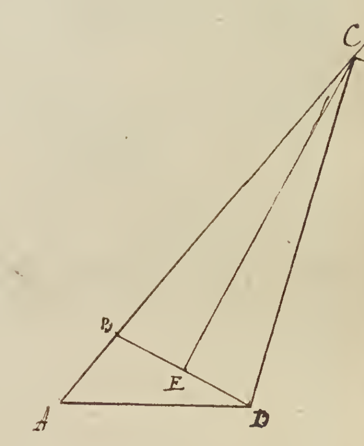
Sur la base AB je forme un segment capable de l'angle donné ABC: je lève la hauteur AF, et je tire la parallèle FD': D et D' angles donnés: DA' et D'A" hauteurs données. Deux Tr: DAB, D'AB. ——

Problème

Construire un Tr: connaissant

1° un côté AB, ~~L'angle a~~
2° l'angle adjacent A
3° et la somme des deux autres côtés AC

Soit le problème rés: on a AC la somme dont si AD est une partie DC=DB sera l'autre partie: Donc Tr: CDB isos: Donc si je forme A, AC somme connue, et je joigne CB, en élevant une perp: sur son milieu E au point de rencontre on aura DB = CD.



Problème.

Étant donnés dans un Tr.

1° un angle,

2° un côté adjacent

3° et la différence des deux autres côtés, construire le Tr:

Soit l'angle A donné aigu, et le côté adjacent AD comme le plus grand. Sur lui je prends la différence comme AB, le sommet cherché doit se trouver à une distance égale de B et de D, c.à.d. sur la perp: élevée au milieu de BD et en même temps sur AC donc au point de rencontre C

M P Q N

Problème.

Construire un Tr: connaissant
1° 2° La somme et la différence de deux côtés,
3° et la longueur de la perp: abaissée sur le 3e côté

Soit la somme MN; QN plus pet: côté: QM plus gr: MP diff: sur une ligne indéfinie MM' je lève QO hauteur donnée: et de Q avec un rayon = MQ je décris un arc de cercle: de même avec QN, QMN, et QMN' sont les Tr: demandés.

Problème.

Construire un Tr: connaissant
1° Le rayon du cercle circonscrit OR
2° & 3° et deux angles A et B.

En un point quelque de la circonf: OR donnée je forme A et B donnés. je joigne CRD qui sera le Tr: demandé: car A' = A puisque = $\frac{RD}{2}$ et B' = B puisque = $\frac{CR}{2}$

Problème

Construire un Tr: connaissant
1° La base,
2° l'angle opposé à la base
3° la somme des deux autres côtés.

"Soit le Tr: res: je prolonge AD = AC. Tr: DAC isoc: donc D = ACD = $\frac{BAC}{2}$: je connais donc dans le Tr: DBC. 1° BC base donnée; 2° BD somme donnée. 3° D = $\frac{BAC}{2}$ donné: je puis donc le construire: au milieu de DC je lève une perp: AE le point A de rencontre sera le sommet cherché car BAC = 2D et AC = AD. —

Problème.

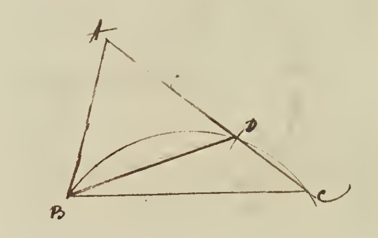
Construire un Tr: connaissant

1° la base,

2° l'angle opposé,

3° la différence des deux autres côtés

Soit le pr: ABC: je prends DC différence donnée ABD est isos: et puisque A est est connu, B et D le sont aussi, par consèq: le supplément BDC. Donc si sur BC je forme un segment capable de BDC, et si je prends DC diffe: connue, je connaîtrais la direction de DC. au point B je forme sur BD un angle ABD = ADB [illegible] ABC sera le Tr: dem andé.



Problème

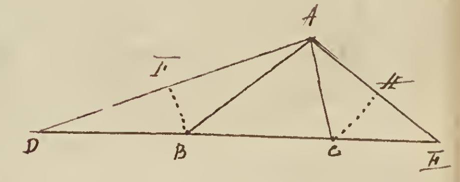
Construire un Tr: connaissant

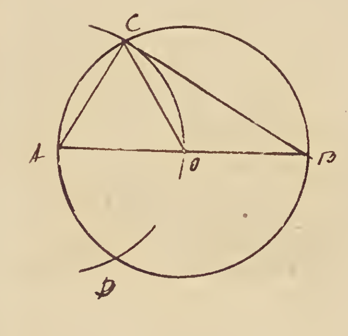
1° le périmètre. P,

2° & 3° A et B deux angles.

Soit ABC Tr: cherché. je prolonge BD = AB, CE = CA. Tr: ABD isos: puisque ABC est donné ABD est connu, D et DAB aussi: de même E est connu: et DE périmètre donné: donc ADE est connu:

(donc si aux milieux de AD et AE je lève les perp: ABC sera le Tr: cherché car AB = DB, AC = CE &c.)





Probleme.

Construire un Tr: rectangle étant donnés 1°

2° l'hypothenuse AB

3° et l'un des cotés égal à la moitié de l'hypothenuse. Déterminer le rapport entre les deux angles aigus. Sur l'hypothenuse AB donnée je décris une demi circonf: avec AO pour rayon je décris l'arc CO, C ou D sera le sommet cherché; Tr: ACO isos: donc AOC = ACO mais COA = 2 OCB donc ACO = 2 OCB donc ACB = 3 OCB donc OCA = $\frac{2}{3}$ de droit et OCB ou B = 1/3 de droit donc CAB = 1 − 1/3 de droit = 2/3 de droit c. q. a. d que B = 1/2 CAB. — — - —

Probleme

Construire un Tr: connaissant

1° La base,

2° L'angle opposé

3° La somme des deux autres cotés.

A doit se trouver sur un segment capable sur BC. Si nous sup: le pr: res: en prolongeant AD = AB, ADB isos: donc A sur la perp: élev: au milieu de BD. mais BD appartient à DBC où je connais DC, BC, D = $\frac{2\,dr^t - DAB}{2}$ ~~Donc~~ Res: — —

Problème

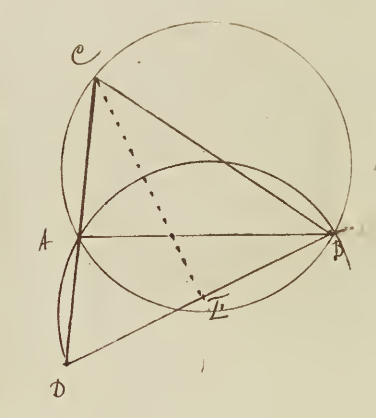
Construire un Tr: connaissant

1.° La Base;

2.° L'angle opposé à la base;

3.° La différence des deux autres côtés.

Le sommet A doit se trouver sur un segment capable de C formé sur AD; de plus si je suppose le pr: rés: en prolongeant AB = diff: CDB sera isosc: donc C se trouve sur CE, mais B D appartient à ABD où je connais AB, AD, angle $D = \frac{2d - C}{2}$ donc le pr: est rés:



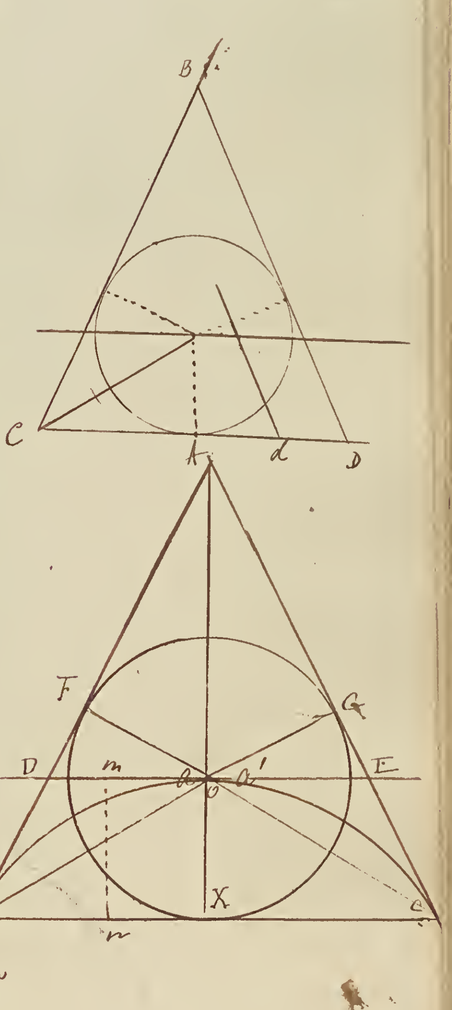
Problème

Construire un Tr: connaissant

1.° la base, Le cercle inscrit

2.° & 3.° Deux angles —

Dans l'angle C donné j'inscris le cercle donné. le pr: se réduit à mener une tangente formant avec CB un angle = un angle donné —



Problème.

Construire un Tr: connaissant

1.° La base,

2.° L'angle opposé

3.° Le rayon du cercle inscrit.

Si je puis déterminer le centre du cercle puisque je connais le rayon je n'aurai qu'à tirer les tangentes BA, CA et le probl: sera rés: or je connais un lieu du centre, savoir la parallèle DE menée à une distance mn = le rayon donné. Puisque A est connu, et que $FAO = \frac{A}{2}$ je connais FOA angle de un Tr: connu, donc je connais son suppl: FOX de même GOX. or $a = AFB$, $1 d^r - \frac{B}{2}$, $a' = 1 d^r - \frac{C}{2}$ donc $a + a' = 2$ droits $- \frac{B + C}{2}$; puisque A connu, B + C aussi, donc a + a' donc FOX + GOX $= 2a - a'$ donc BOC. donc le centre se trouve sur un segment capable de BOC construit sur DC, et sur DE, donc O.

Problème

Construire un Tr. connaissant.

1° Un angle

2° Un côté de ceux qui le comprennent,

3° Le rayon du cercle circonscrit.

Soit A connu, AC aussi. Si je construis A, B ou C sera toujours connu et constant donc BC, aussi. donc je connais 2 côtés et un angle opposé: d'où c'est d'après un problème déjà connu, je puis résoudre le probl.

Problème.

Construire un Tr: connaissant

1° Qu'il est rectangle

2° Un côté de l'angle droit,

3° L'angle opposé à cet ~~angle~~ côté.

Connaissant 2 angles, je connais le 3e, et un côté donc le prob: est rés: ou bien sur le côté BC connu je forme un segment capable de A connu: je lève un perp: BA, et le pr: sera résolu.

Problème

Construire un Tr: connaissant

1° Qu'il est ~~le~~ rectangle

2° Un côtés de l'angle droit

3° La somme des deux autres côtés.

Soit B connu, AB aussi: supposons le pr: rés: Si je prolonge CD = AC, C se trouvera sur la perp: élevée au milieu de AD or AD est connue car elle appartient à ABD où je connais B, AB, et AD donc le pr: est rés:

Problème

Construire un Tr: connaissant

1.° La base,

2.° La hauteur,

3.° Le coté adjacent à la base,

Je connais, B, C deux sommets: le Troisième se trouve sur A'A paral: à BC à une dist: mn = hauteur, et sur un arc décrit avec de B avec le rayon BA = coté adjacent donné.

Problème

Construire un Tr: connaissant

1.° La base,

2.° Le rayon du cercle circonscrit

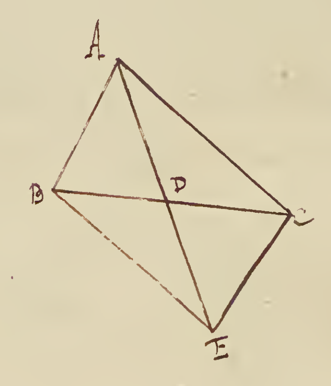
3.° La perp: abaissée d'un sommet sur le côté opposé. Je connais, B, deux sommets, si je connais la direction du coté cb le problème sera résolu: or il doit se trouver de A = Am hauteur donnée, donc il doit être tangent à l'arc décrit avec Am pour rayon —

Problème.

Construire un Tr: connaissant (3.e)

1.° & 2.° Deux cotés AB, AC,

3.° La ligne qui divise l'angle A en deux parties égales. —



Problème

Construire un Tr: connaissant

1° & 2° deux angles.

3° Le rayon du cercle circonscrit.

4° Un point M de la direction d'un des côtés.

Je tire du point M une ligne MD et par le moyen d'un segment capable je forme ACD = un des angles donnés: ensuite comme dans un Probl: connu, ACB, et ADB sera le Tr: demandé car ABD = ACD; ADB = ACD +

Problème.

Construire un Tr: connaissant

1° L'angle A

2° & 3° les hauteurs correspondantes aux deux autres côtés. On connait l'angle A, le sommet C doit se trouver à la fois sur AC et sur la parallèle nC à une distance mn = hauteur donnée; donc au point de rencontre C de même B. Donc le prob: est résolu. –

Problème.

Constr: un Tr: conn:

1° L'angle A

2° & 3° M et N somme et diffé: des côtés qui le comprennent.

Soit A l'angle, MN somme, PN diffé: Si de la somme je retranche la diffé: et que je divise MP en deux parties égales, j'aurai MQ petit côté, QN gr: côté: donc en prenant AN = QN et AM = QM et joignant NM, le pro: sera résolu.

Problème

Cons: un Tr: con:

1° & 2°, AO, BO deux côtés.

3° L'angle OCB formé par la base et la ligne OC qui divise l'angle O en 2 parties égales.

Problème.

Con: un Tr: con:

1° & 2° AB, AC deux côtés

3° L'angle AGC que forme avec la base la ligne AG qui divise en deux parties égales l'angle CAE supplément de l'angle BAC que comprennent les deux côtés donnés.

Problème

Cons: un Tr. con:

1° un angle C,

2° La somme des côtés qui le comprennent

3° Le rayon du cercle inscrit. Suppo: le pro: res: $mA = Ap$, $nB = pB$, donc $nA + mB = AB$: mais $mA + nB$ est connu car dans le tr: Cmo je connais mo, Cmo dr: $mCO = \frac{C}{2}$ donc Cm est connu ; et puisque $Cm = Cn$, $mA + nB = CA + CB$ connus $- 2Cm$ donc le probl: se réduit à construire un Tr: con: A la base, l'angle opposé, le cercle inscrit —, ou la + des 2 autres côtés —

Problème.

Cons: un Tr: conn.

1.° Un angle

2.° Le périmètre

3.° Le rayon du cercle inscrit.

Je suis certain dans le pr: préc: que $mA + nB = AB$; $Cm = Cn$ sont connus; Donc $AB = \text{Périm} - 2Cm$; donc le pr: se réduit à constr. un Tr: con: la base, l'angle opposé, le cercle inscrit.

Problème

Cons: un Tr: con:

1.° La base,

2.° Le périmètre

3.° Le rayon du cercle inscrit

$mA + nB = AB$, donc $Cm = \frac{\text{Périm} - 2AB}{2}$: je connais ainsi dans le Tr: Cmo l'angle m et les côtés om, cm: donc je connais mCo et $mCn = 2\,mCo$. donc cons. un Tr: con: la base, l'angle opposé le cercle inscrit.

Problème

Cons: un Tr: con:

1.° Qu'il est isoscèle.

2.° Le sommet A donné de position

3.° La base ligne donnée et comprise entre deux parallèles données.

Cela se réduit à tirer entre BD et CE une paral: à aC telle que $AB = AC$ ce qui nous est déjà connu. –

Problème.

Cons. un Tr: con:

1.° La Base,

2.° La hauteur correspondante à la base

3.° Une des autres hauteurs.

Le 3e Sommet se trouve sur d E paral: à AB à une distance cd = hauteur donnée. Le coté EB est à une distance = Ao ou Ac. a. d. c'est une tangente à dno et comme B est donné, c'est une tangente tirée de B sur dno. Donc EAB. &c —

Problème.

Cons: un Tr: con:

1.° La base,

2.° Le rayon du cercle inscrit,

3.° La somme des deux autres côtés.

C'est la même chose que la base le perimètre
Le rayon du cercle inscrit (N.o).

Problème.

Cons: un Tr: con:

1.° Le perimètre,

2.° Le rayon du cercle ~~inscrit~~ circonscrit

3.° Un angle.

Puisque je connais et le cercle dans lequel il est inscrit, je connais son arc et sa corde BC donc constr: un Tr: connaissant la base, l'angle opposé, la somme des deux autres côtés

Problème

Cons: un Tr: con:

1° Le périmètre

2° La hauteur

3° L'angle du sommet duquel elle est abaissée

Soit le pr: tr: je prolonge CE = AC et ~~AB~~ BD = AB

Dans le tr: ADE je connais base DE, 2° angle opposé $DAE = BAC + \frac{ABC + ACB}{2}$; car $D = DAB$ donc $DAB = \frac{ABC}{2}$; de même $CAE = \frac{ACB}{2}$; 3° Je connais hauteur Am donc je puis constr: le tr: en tirant les perp.s pC, et nB des milieux de AE et AB — Problème je trouverai les deux sommets D, E

Cons: un Tr: con:

1° & 2° AB, BC deux côtés

3° La ligne BD qui joint le sommet B au milieu de la base.

Problème

Cons: un Tr: con:

1° La base,

2° La hauteur

3° La somme des deux autres côtés.

Soit le pr: tr: je prolonge AE = AB. Alors A se trouve sur la perp: élevée au milieu de EB: et en même temps sur la paral: à DC à une distance = AD, donc au point de rencontre: mais pour déterminer AB il suffit qu'il soit côté d'un tr: dans lequel BC, et FC soient les lignes données; donc le pr: peut varier selon que l'angle c varie.

Problème

Cons: un tr: con:

1° La base

2° La hauteur,

3° La diffce: des deux autres côtés

Problème

Cons: un tr: con:

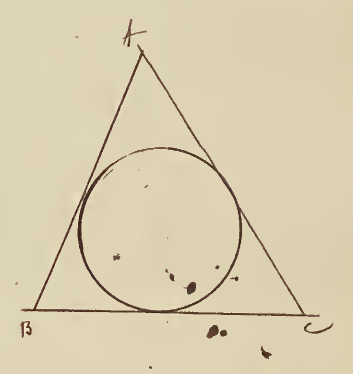
1° Qu'il est isoscèle

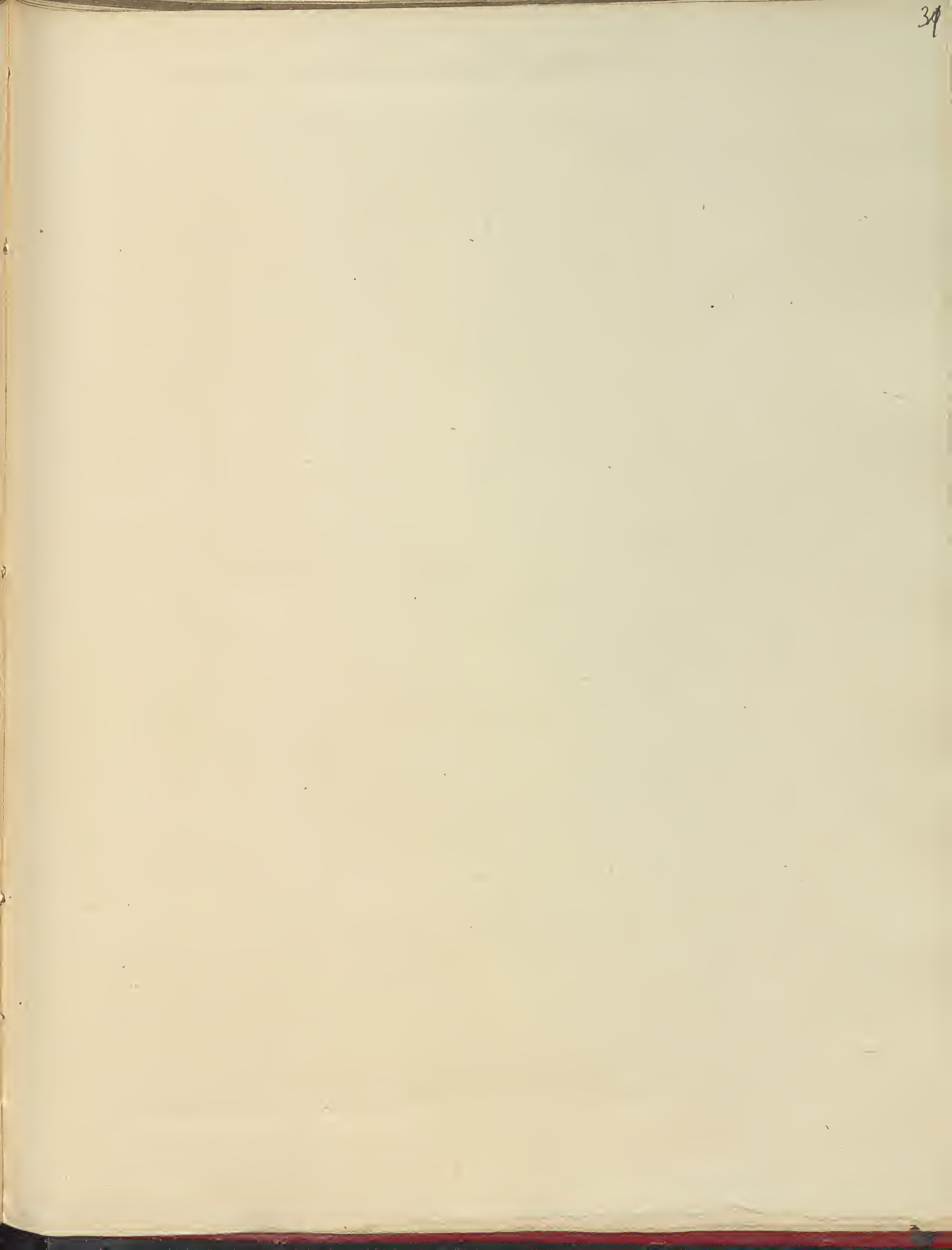
2° L'angle du sommet

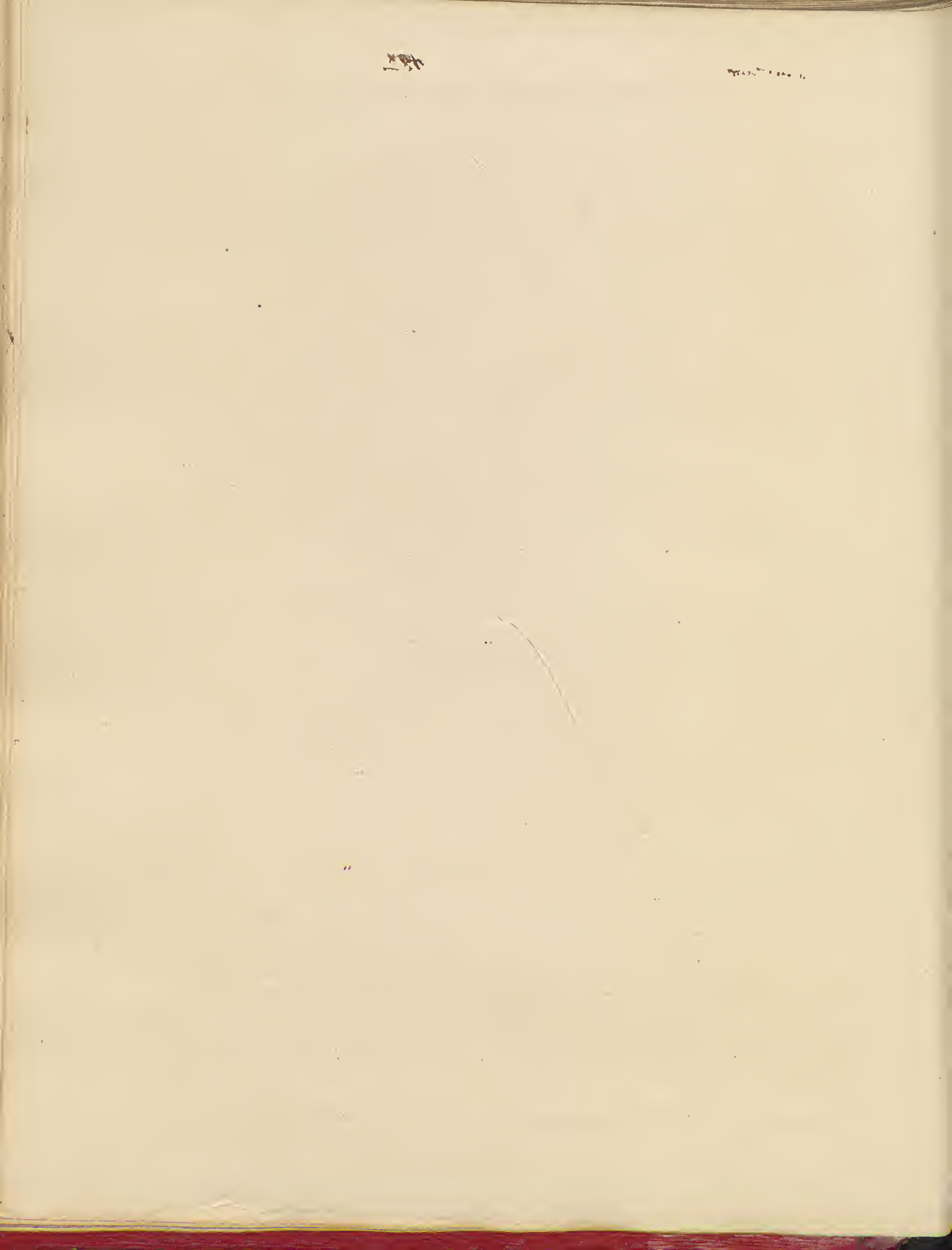
3° Le rayon du cercle inscrit.

Puisque je connais A, $B+C = 2\,dr^{s} - A$, $B = \frac{2\,dr^{s} - A}{2}$

donc, le pro: se réduit à circonscrire à un cercle donné un tr: dont on connaît les 3 angles.



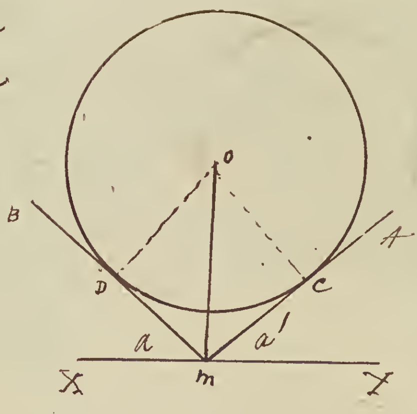




Do meiago - - - - - - - - 489.

Problème.

On donne une droite XY de position, un cercle O de grandeur: on demande de déterminer sur XY un point M tel que les tangentes tirées de ce point au cercle forment deux angles a, et a' égaux.



Si j'abaisse la perp: Om j'aurai OmX = OmY; mais les triangles rect: ODm, et mCO sont aussi égaux donc DmO = OmC donc a = a'.

Problème

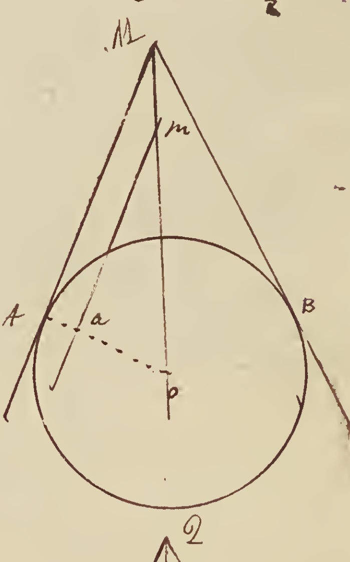
On donne un Tr: ABC: on demande de lui circonscrire un triangle EDG qui soit équiangle à PQR. Tr: donné.

Je n'ai qu'à tirer par chaque sommet, A, B, C, des parallèles aux côtés de PQR

Problème

On donne un cercle O et un angle Q: on demande de mener au cercle deux tangentes formant un angle M = Q.

Soit le pr: rés: si je joigne MO j'aurai AMO = OMB. Donc si en un point quelconque m de MO je forme un angle égal à la moitié de Q, et puis je tire la perp: OA, A sera le point de tangente. Car AM paral: am donc AMO = $\frac{Q}{2}$ de même OMB = $\frac{Q}{2}$



Problème

Mener une tangente commune à deux cercles. —

Soit le pr: res: AB la tangente telle que AB
AO et BD perpt. sur AB sont par.s donc
si je prends AC = BD, ABDC sera un rectangle
~~[illegible]~~ et CD perp: sur OC. mais ce rectangle
m'est déjà connu, car la base CD n'est
autre chose que la tangente menée du centre
D au cercle égal au rayon AO − BD: donc si je
joigne OCA, A sera un des points de tangence,
DB paral: à AO, me donne l'autre point B —

Problème

Circonscrire à un cercle un tr: semblable à un tr: donné.
Soit ABC le tr: Du cercle si en un point quelque je forme a = A, l'arc qui mesure a sera toujours le même; par consq: sa corde bc aussi: donc je connais la base du tr: cherché. Puisque bac est un segment capable de a, si je forme en b a'bc = B, le tr: a'bc aura deux angles a' et a'bc = A et B, donc il sera le tr: cherché.

Problème

On demande de tirer par le point M une ligne MA qui retranche du cercle O un segment capable d'un angle 2 donné.
Je pourrais toujours déterminer comme dans le pro: pré: la corde BC qui soutend le segment capable de 2 = A. alors le prob: se réduit à tirer du point M une corde bc = BC —

Problème

On donne un cercle O de grandeur et de position; deux points M et N de position; on demande d'inscrire au cercle un quadr: ABCD, tel que les diagonales passant par M et N soient égales à deux lignes données. Je tire des points M et N deux sécantes ab, cd égales aux lignes données qui se croisent je joigne les extrémités et acbd sera le quad: demandé —

Problème

On donne une ligne droite AB, et un point M de position; on demande de décrire une circonf: de cercle qui ait pour rayon R ligne donnée, qui passe au point M et qui soit tangente à AB. Le centre se trouvera à une distance de AB = R donc sur CD parall: à AB à une distance Om = R, et à une distance de M = R dans la circonf: MO, O ou D centre. Le problème serait impossible si M se trouvait plus haut que la perp: OM' —

Problème.

On donne un point M hors d'un cercle O: on demande de faire passer par M une circonf: de cercle tangente au cercle O et qui ait pour rayon R, donnée —

Puisque la ligne qui joint les centres doit passer par le point de contact, le centre se trouvera à une distance de O = Om + R, c. à d. sur une circonf: OO' et puisque ce cercle cherché doit passer par M, ce centre sera sur une circonf: décrit avec O'M = R pour rayon. Donc deux points pour centres O' et O''. Une solution si OM = Om + 2R, aucune si OM > Om + 2R —

Problème.

Inscrire dans un angle un cercle d'un rayon donné R. Puisque OA doit être égal OC, le centre se trouve sur BO qui divise B en deux parties égales, et en même temps sur DO parall: BC à une distance = R —

Problème

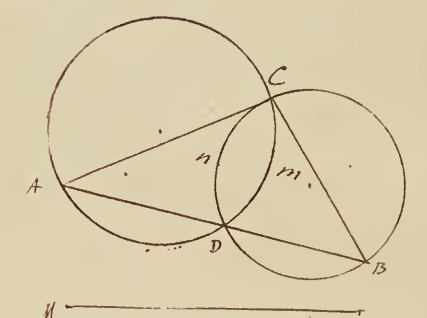
On donne un cercle O, et deux parallèles BC, DE
on demande de mener une tangente au cercle
telle que la partie interceptée entre les deux parallèles
soit égale à une ligne donnée
Soit le prob: résolu: AD sera perp: à AO, soit
OE aussi perp: B'D'EC sera un parallélogr: donc CE = BD
Donc si je tire du centre O une sécante telle
que CE = BD, si je lève AO perp: OE, A sera le point
de tangence.

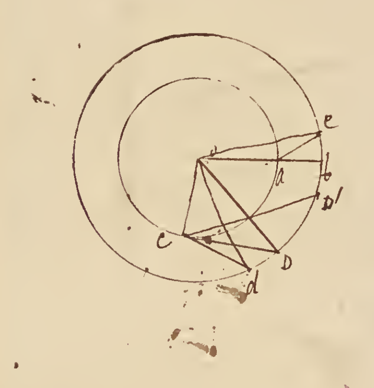
Problème

Trouver la plus grande et la plus petite des
doubles cordes à deux cercles sécants
1° Je dis que la plus gr: double corde, est celle
parallèle à la ligne qui joint les centres, c. à d.
AB > DE. si j'abaisse les perp: Op, Om, On, Cq, j'aurai
$pn = \frac{AB}{2}$; $mq = Cr = \frac{DE}{2}$: mais Cr perp: Or oblique donc Cr > OC
ou son égale pn donc AB > DE.
2° la plus petite est évidemment GF car toute autre sous-
tendrait un arc plus grand que GF.

Problème

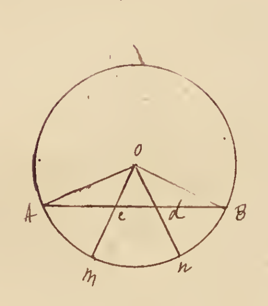
Mener une double corde commune à deux cercles
sécants égale à une ligne donnée.
Je sup: le pr: rés: si je joins CA, CB. dans
le Tr: CAB je connais la base M, l'angle
A qui a pour mesure $\frac{CnD}{2}$, $B = \frac{CmD}{2}$ donc
je connais le Tr: et CA, CB, donc A se trouve
à une distance = CA de C, et B, à une dis-
tance de C = CB.





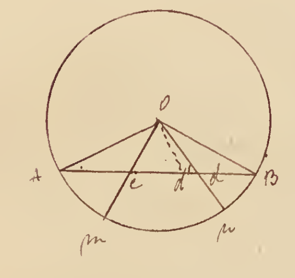
<u>Problème.</u> composition du 20 Janvier.

Dire quelles sont les lignes maximum et minimum qu'on puisse tirer entre deux circonf^ces concentriques.
ab sur un rayon $ob < ac$ car $oa + ac > oc$ ou ob donc $ac > ab$. 2° CD perp: sur $OC > Cd$ car dans les tr^s ocd, OCD, oc com: $OD = od$; $COD > cod$, donc $CD > Cd$.
Toute autre ligne CD' au dessus de CD serait sécante.



Problème.

On divise un arc AmnB en 3 parties égales; on demande si la corde est divisée en 3 parties égales, et si non quel est le plus grand ou le plus petit segment.
D'abord je dis que $Bd = Ac$ car puisque OAB isosc. $A = B$, $AOc = dOB$ par hypothèse; $AO = OB$ donc tr. $OAc = OdB$, donc $Ac = dB$. Ensuite $OB > Oc$: donc nous savons que dans un tr: si l'angle au sommet est divisé en deux parties égales, le segment adjacent au plus grand côté est le plus grand, donc $dB > cd$. —



Réciproquement si la corde est divisée en 3 parties égales, je prouverai comme auparavant que $dOB = AOc$. Je dis que $cOd > dOB$. Car si je divise cOB en deux parties égales $d'B$ sera $> d'c$ donc puisque $dB = dc$, $dOB < dOc$. —

Problème

Inscrire à un cercle un tr: semblable à un tr: donné. Je forme un angle A par des tangentes Am, An, égal à a d'après un problème connu, et ensuite je tire une tangente BC qui fasse avec AB un angle = b, d'après un autre prob: connu, et le tr: sera tel: —

A
n
m
o
B
C
a
b
c

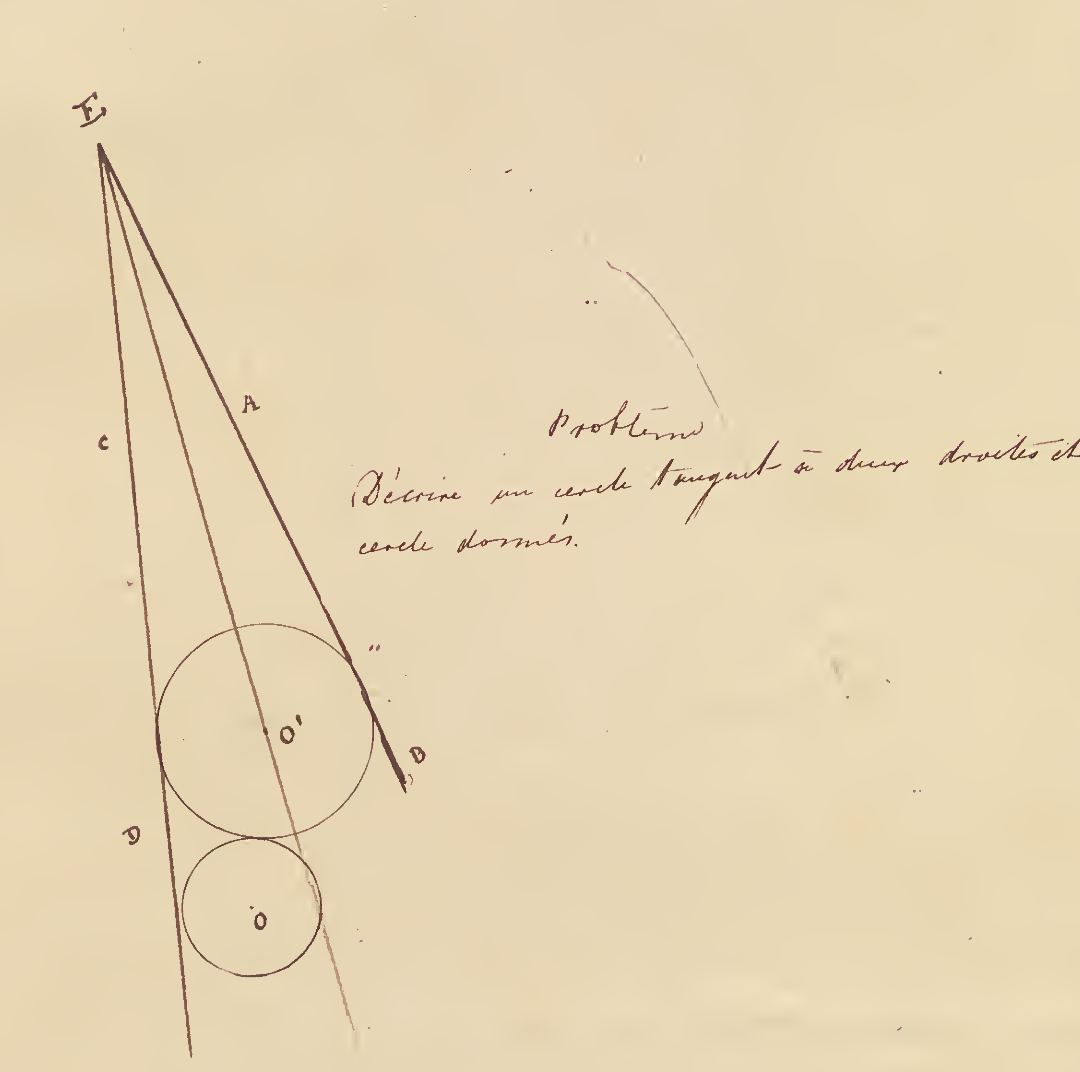
Problème

Etant donnés deux cercles, auquel on tire deux rayons ~~parallèles~~ dans chaque cercle réciproquement parallèles, si l'on joint EH prolongée jusqu'à la rencontre avec OC, on demande de déterminer sur quel point AE prolongée ira tomber. —

G
A
H
E
o
c
P

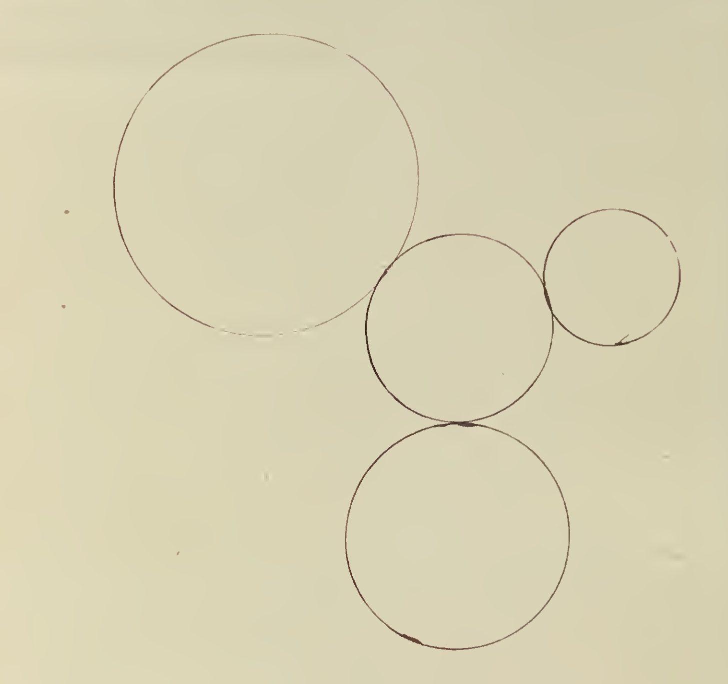
Probleme

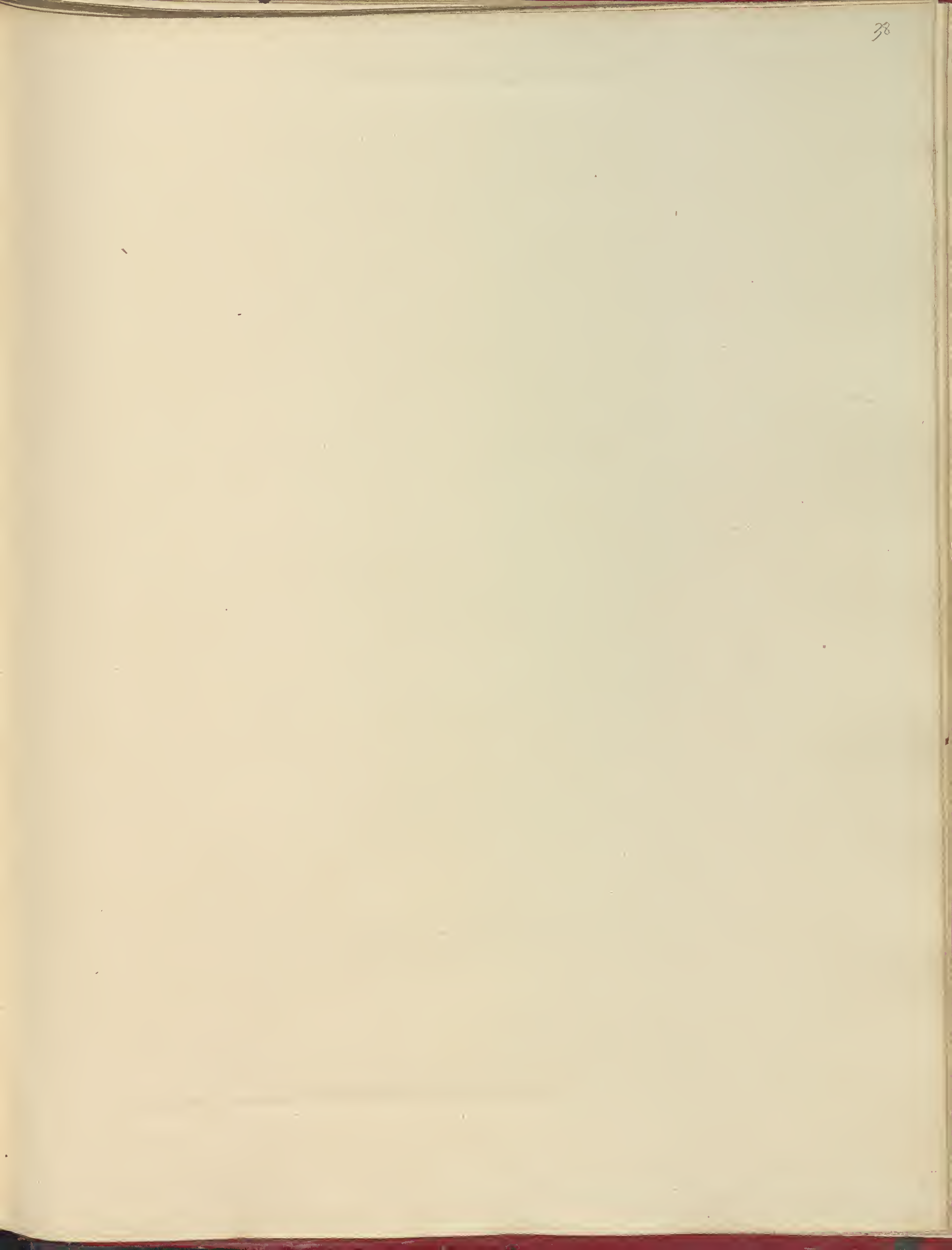
Etant donné un cercle coupé par deux secantes parallèles, mener une tangente BOD telle que BO = OD. Sup: le pr: res: on a BO = OD; si je tire la perp: om, prolongée en n, les tr: BmO = ODn car BOm = DOn et ils sont rectangles, donc om = on. Donc O se trouve sur EO qui passe par le milieu de la perp: entre Am, Cn et il est le point de rencontre O.

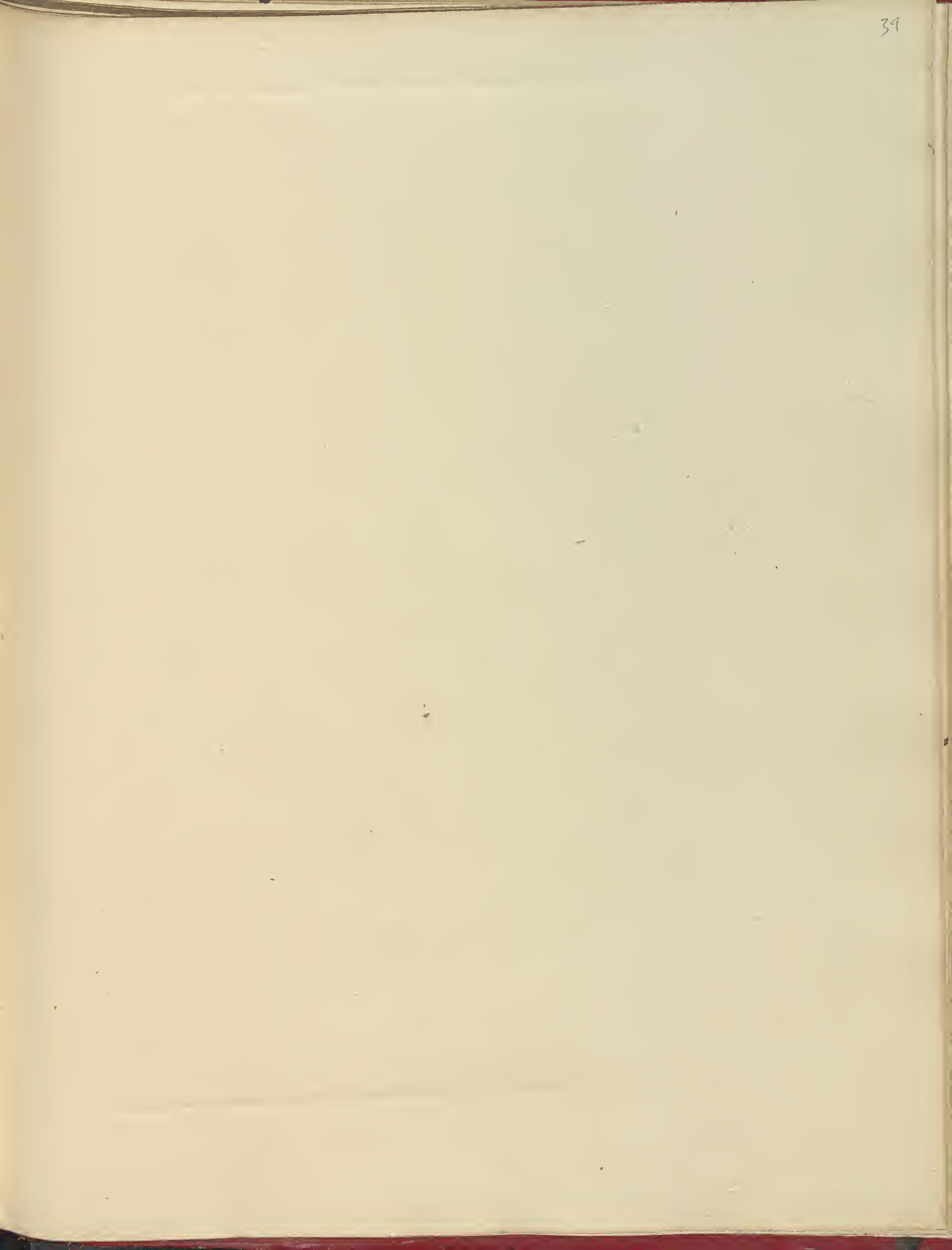


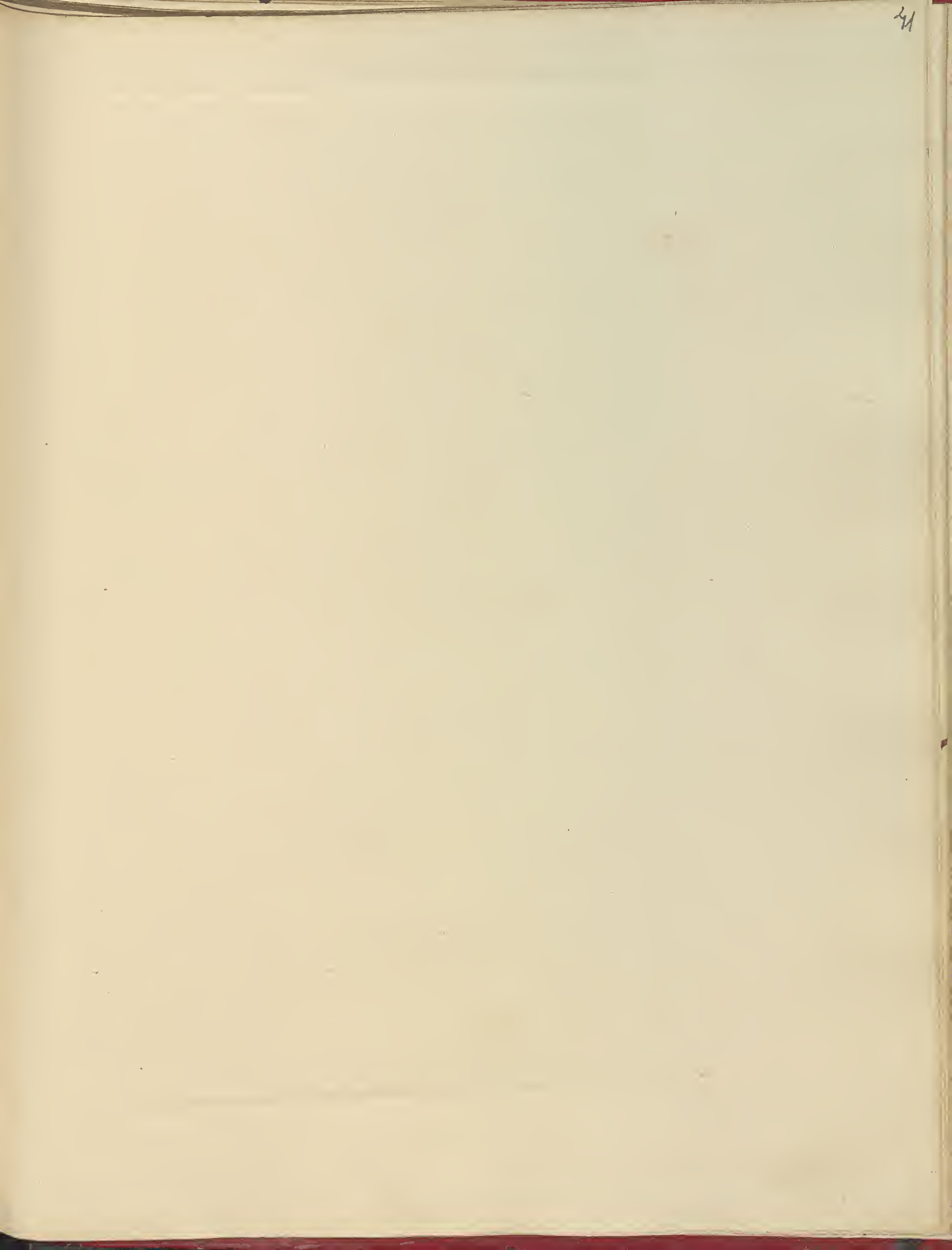
Probleme

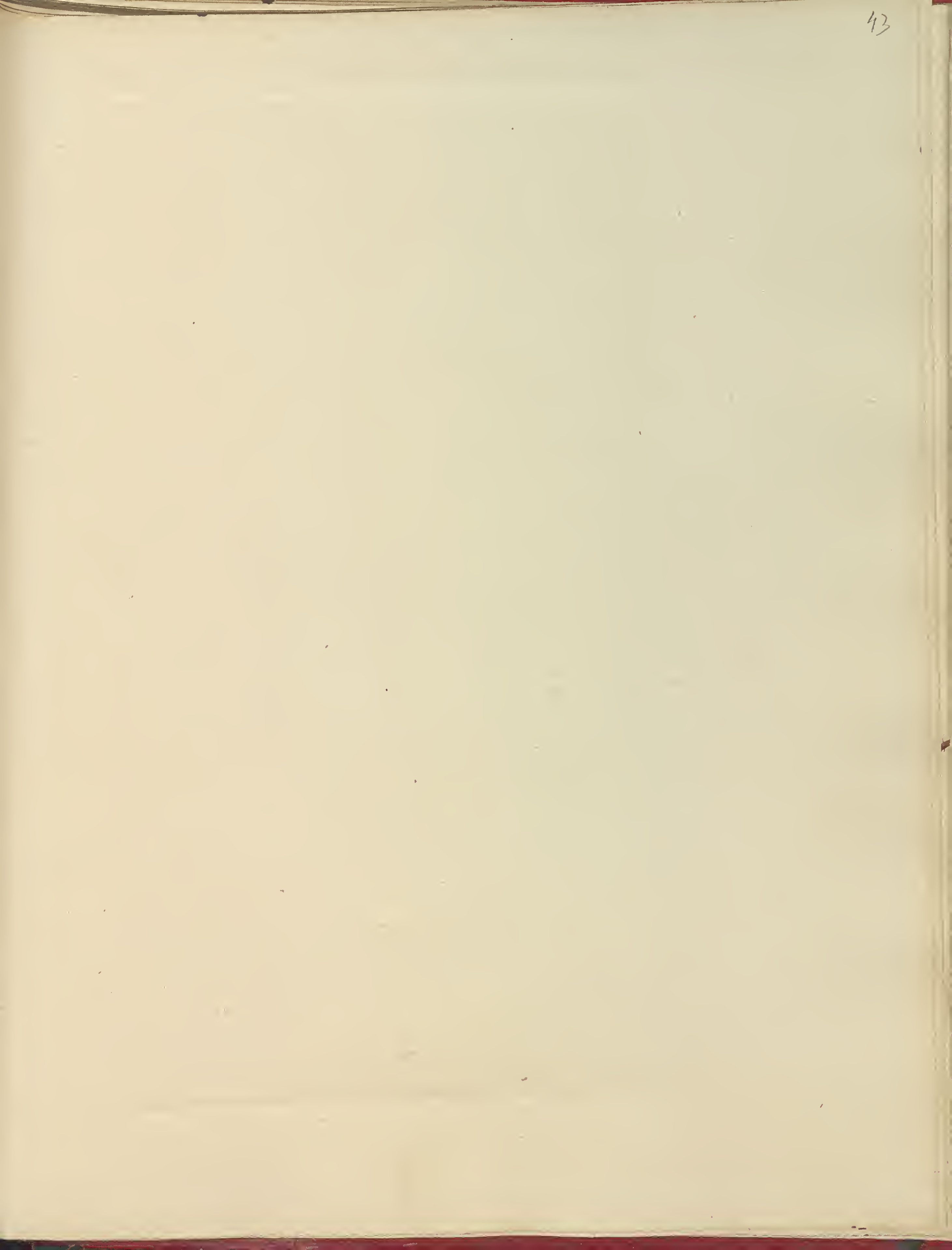
Décrire un cercle tangent à deux droites et à un cercle donnés.

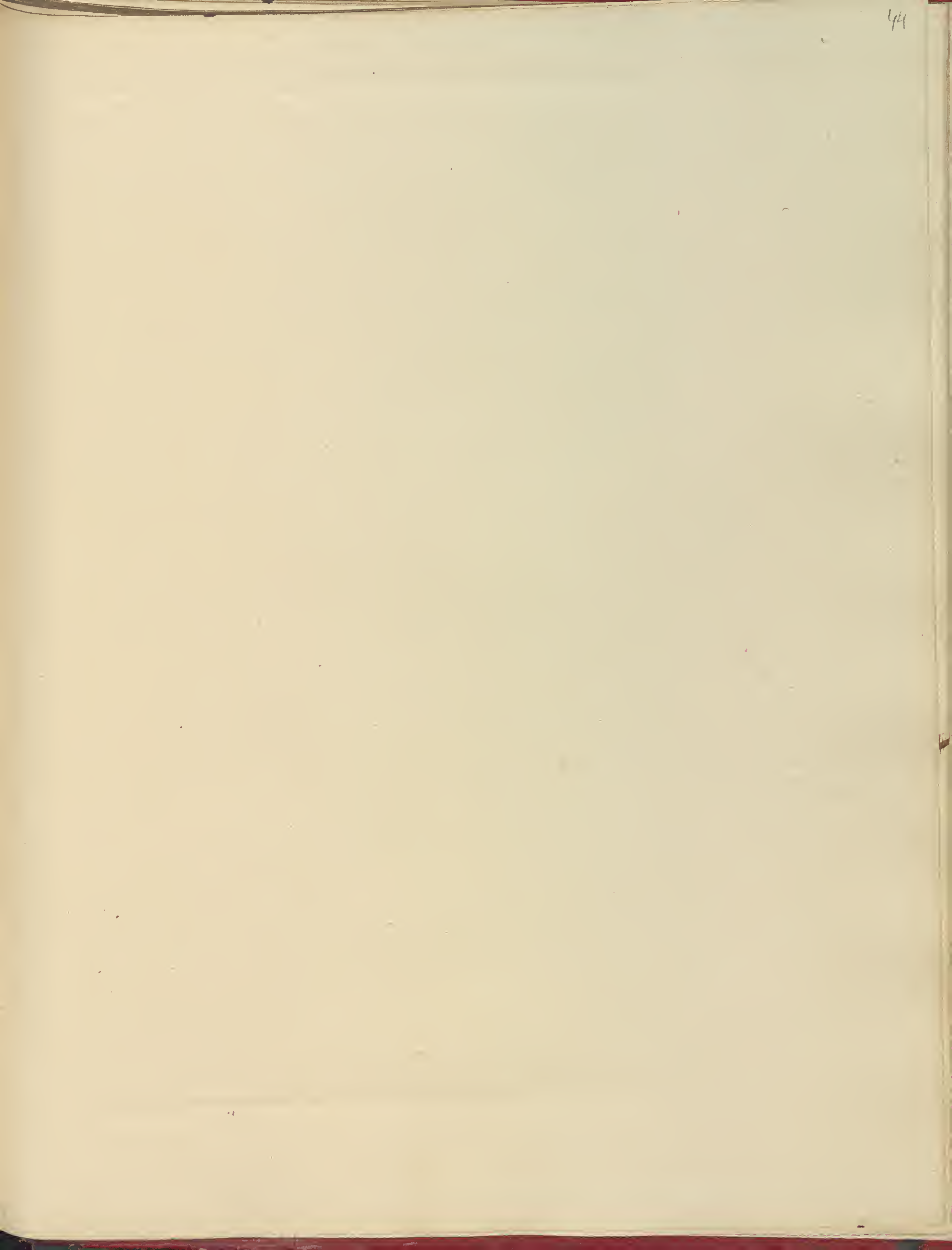


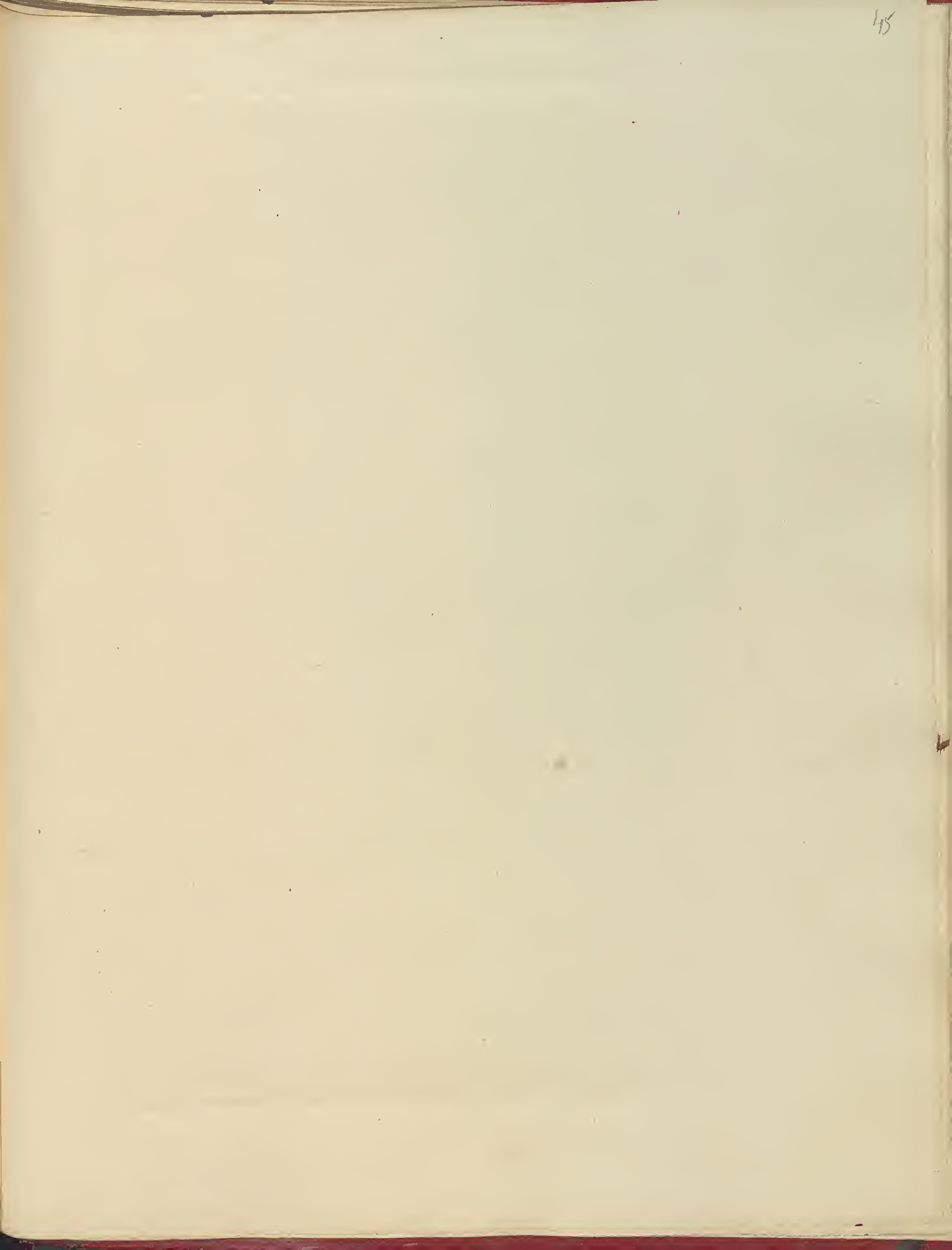






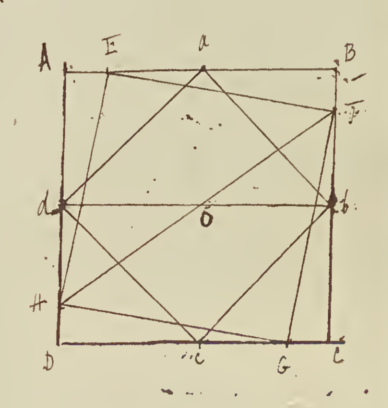






Théorème. Composition du 20 Janvier.

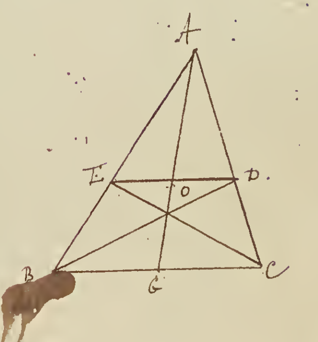
De tous les carrés qu'on peut inscrire dans un carré donné, le plus petit en surface est celui formé en joignant les milieux du carré donné



Puisque Ad = Bb et qu'elles sont parallèles, AbBd, est un rectangle; donc db perp: sur BC, et puis FOH est une oblique elle est plus longue: donc $\overline{HF}^2 > db^2$: mais $\overline{HF}^2 = 2\overline{EF}^2$, et $\overline{db}^2 = 2\overline{ab}^2$ donc $\overline{EF}^2 > ab^2$ ———

Théorème

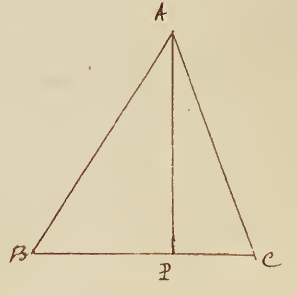
Si dans un Tri: ABC on tire des sommets B et C des droites qui coupent les cotés opposés :: m:n, la ligne AOG tirée du troisième sommet au point de rencontre de ces droites divise la base en deux parties égales —



on donne AE : EB :: AD : DC donc ED est parallele à la base. Et l'on a EO : BG :: AE : AB, on a aussi DO : BG :: AD : AC. D'où l'on tire d'après les donnés EO : BG :: DO : DG, donc EO = OD mais EO : BG :: AE : AB :: AD : AC :: OD : GC donc BG = GC.

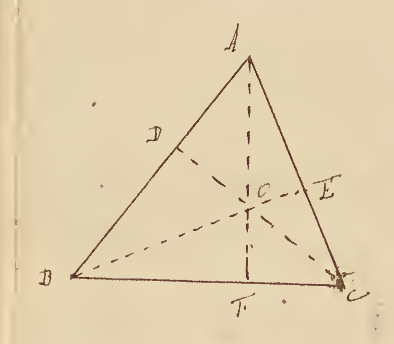
Théorème

Dans tout Tr: ABC la diffé: des carrés des cotés AB, AC est égale à la diffé: des carrés des segmens déterminés par une perp: AP.



En effet $\overline{AB}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$: $\overline{AC}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{PC}^2$ en faisant la soustraction $AB^2 - AC^2 = AP^2 + BP^2 - AP^2 - PC^2 = \overline{BP}^2 - P^2$ ———

Tirer de ce théorème des conclusions tendantes à déterminer le lieu de tous les points M situés par rapport à deux points A, B connus des positions telles qu'on ait constamment $AM^2 - MB^2 = \delta^2$



Théorème.

Dans tout tr: les trois hauteurs sont réciproquement proportionels aux côtés opposés.

En effet $AF \times \frac{BC}{2} = BE \times \frac{AC}{2}$ donc $AF \times BC = BE \times AC$ donc

$AF : BE :: AC : BC$

Théorème

Dans un tr: les perp.s se coupent en un même point.

Deux des perp.s concourent toujours: supposons que la 3e AF ne passe pas par le point de rencontre o des deux autres: elle passera par un autre point m. alors le tr: BDO sera semblable à BAE car ils sont rectangles et un angle commun: on aura donc

$BO : BA :: BD : BE$ d'où je tire

$BO . BE = BA . BD.$

De même les tri.s BmF semblable à BEC; on aura donc

$Bm : BC :: BF : BE$. d'où je tire

$Bm . BE = BC . BF.$ mais puisque BDA et AFC sont rectangles, la circonf. qui passe par D, passera par F. et l'on aura toujours

$BA \times BD = BC . BF$ donc

$BO . BE = Bm . BE$ ou

$BO = Bm$ ce qui est absurde.—

Théorème.

Les trois Trs: FHA, ICE, GBD, formés en joignant les extrémités extérieures des carrés formés sur les côtés d'un triangle rectangle, sont équivalents —

Le Tr: FAH = ABC, car angle FAH = BAC; BA = FA, et AH = AC.
Le Tr: ACB a pour mesure $\frac{BC}{2} \times Am'$. Le Tr: GBD a pour mesure $\frac{BD}{2} \times Gm$ mais $\frac{BC}{2} = \frac{BD}{2}$ et Gm = Am' car ils appartiennent aux Trs: GmB et ABm' qui sont égaux car GB = AB, GmB = Am'B: et GBm = ABm' comme compléments de mBA donc $\frac{BC}{2} \times Am' = \frac{BD}{2} \times Gm$: donc GBD équiv. FAH. On démontrerait le même pour ICE

Théorème

Étendre le Théorème précédent à un Tr: quelconque. FAH = $\frac{HA}{2} \times Fm$: BAC = $\frac{AC}{2} \times Bn$; $\frac{HA}{2} = \frac{AC}{2}$ Fm = Bn car Tr: FAm = BnA car FA = AB. FmA = AnB. et BAn = FAm comme complém: de mAB donc FAH équiv: ABC. Le reste se démontrerait comme dans le Théor: précédent

---

Théorème

Dans un quadr: ABCD si l'on joint les milieux G, et E des diagonales, on aura $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 + 4\overline{GE}^2$

En effet en joignant BG et DG on a

$$AB^2 + BC^2 = 2AG^2 + 2GB^2$$
$$AD^2 + DC^2 = 2AG^2 + 2CD^2$$ ajoutant on a
$$AB^2 + BC^2 + AD^2 + DC^2 = 4AG^2 + 2GB^2 + 2CD^2$$ mais
$$GB^2 + CD^2 = 2GE^2 + 2ED^2$$ donc
$$2GB^2 + 2CD^2 = 4GE^2 + 4ED^2$$ donc
$$AB^2 + BC^2 + AD^2 + DC^2 = 4AG^2 + 4ED^2 + 4GE^2 = AC^2 + BD^2 + 4GE^2$$

Lemme

Si on coupe la base d'un Tr: isocèle ABC par une secante DE on aura

$$OD : OE :: DB : CE$$

Soit Dm paral: AC alors les angles de BDm sont égaux à ceux de ABC. mais Tr: Dmo semblable: OCE car Dom = COE. OCE supplem: OCA: Dmo suppl. DmB or ACO = DmB donc OCE = Dmo. on aura donc OD : OE :: Dm : CE or Dm = BD donc

$$OD : OE :: DB : CE.$$

Théorème

Si par les extrémités de deux cordes EH, GI, qui se coupent dans un cercle on mène des tangentes on formera un quadr? tel que les diagonales concourront avec les cordes. Le Tr: PGI sera isocèle, on aura donc

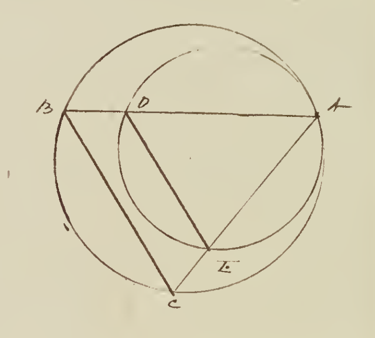
$$CO : OA :: CI : GA$$

Théorème

Si par le point A de tangence de deux cercles intérieurs on tire deux cordes communes AB, AC je dis qu'on aura AD : DB :: AE : EC.

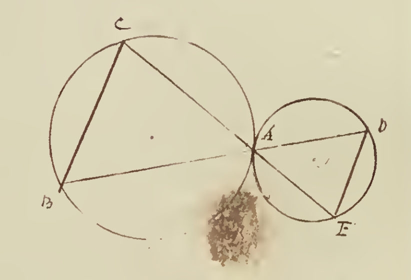
En effet DE est parallèle à BC donc

AD : DB :: AE : EC



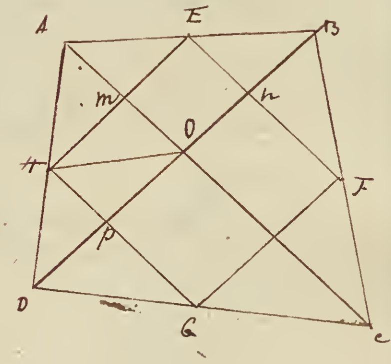
Si extérieurement la même propriété aurait lieu on aura AD : BA :: AE : CA ; ou

AD : AD+AB = BD :: AE : AE+CA = CE



Théorème

Si l'on divise en deux parties égales les côtés d'un quadr: la fig: qu'elle formera en joignant les points sera un parlgr: = la moitié du quadr:. car HE qui joint le milieu des cotés du Tr: ADB est parallèle à la base DB. par la même raison FG paral: DB; donc HE paral: FG, de même EF paral: HG. donc EFGH paralgr: puisque Am paral: DO on a AH : HD :: Am : mO, or AH = HD donc Am = mO = En; AE = EB et EAm = BEn comme correspond. donc Tr: EnB = AEm : de même HpD = AmH or AEm + AmH = 1/4 du Tr: ABD ~~quadr:~~ donc HEmp = 1/2 du Tr: ABD ~~quadr:~~ de même pHFG = 1/2 Tr: BDC donc EFGH = 1/2 ABCD.



Théorème

Étant donnés deux points A, B, et un cercle O prouver que si l'on mène plusieurs cercles, passant par les deux points A & B, et coupant le cercle O, toutes les cordes communes aux cercles de ceux-ci et à O, se couperont en un point K de la ligne AB prolongée —

Théorème (composition du 24 Février.)

Dans un trapèze la somme des carrés des diagonales est égale à la somme des carrés des côtés non parallèles, plus le double rectangle des côtés parallèles.

c. à. d. qu'on aura $AD^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2 + 2AB \cdot CD$.

En effet si l'on finit le rectangle $EFCD$ on aura

$AD^2 = FD^2 + AF^2$ substituant les valeurs de FD^2 et AF^2

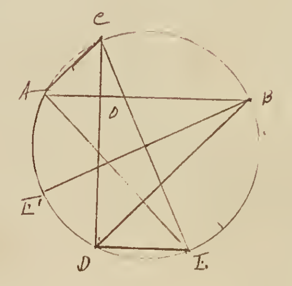
on aura $AD^2 = BD^2 - BF^2 + BF^2 + AB^2 + 2AB \times BF = BD^2 + AB^2 + 2AB \cdot BF$

on a également $BC^2 = AC^2 - AE^2 + AE^2 + AB^2 + 2AE \cdot AB \ldots = AC^2 + AB^2 + 2AB \cdot AE$

ajoutant $AD^2 + BC^2 = BD^2 + AC^2 + 2AB(AB + BF + AE)$

ou $AD^2 + BC^2 = BD^2 + AC^2 + 2AB \cdot CD$.

Théorème

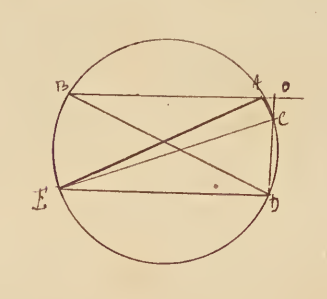


Lorsque deux droites se coupent à angle droit, soit dans un cercle, soit hors du cercle, la somme des carrés des distances du point d'intersection de ces droites aux points d'un ~~tersect~~ de rencontre avec la circonf: est égale au carré du diamètre. $AO^2 + OB^2 + CO^2 + OD^2 = BE'^2$

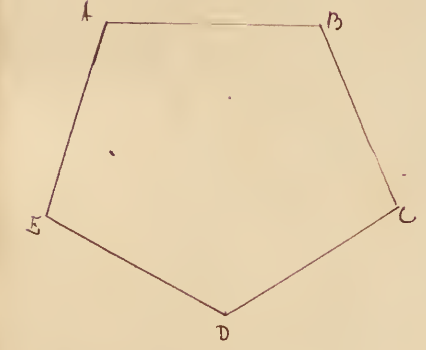
on a $AO^2 + OC^2 = AC^2$ $OB^2 + OD^2 = BD^2$ mais DE perp: sur CD car CDE est sous-tendu par un diamètre. AB est aussi perp: sur CD. donc AB perp: DE donc arc ADE = arc DEB. donc $BD = AE$ on aura donc ajoutant les deux premières égalités

$$AO^2 + OC^2 + OB^2 + OD^2 = AC^2 + AE^2 = CE^2 \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Si le point de rencontre est hors du cercle.



on aura toujours $OA^2+OC^2=AC^2$. $OB^2+OD^2=BD^2$ mais AB perp: sur CD : ED est aussi perp. sur CD car CDE est perp: soustendu par EC. donc BO et ED sont parallèles. donc arc ABE = DEB donc EA = BD. ajoutant donc les égalités précédentes on aura $AO^2+OC^2+OB^2+OD^2=AC^2+AE^2=EC^2$. C. Q. F. D. —



Théorème

Si dans l'intérieur d'un polygone dont les côtés sont égaux on prend un point et qu'on abaisse des perp. sur les côtés, la somme de ces perp. est toujours constante

Théorème

Dans tout tr: la somme des rayons du cercle inscrit et circonscrit, est égale à la somme des perpend.^es abaissées du centre du cercle circonscrit sur les 3 côtés.

Théorème

Si d'un point pris hors d'un cercle on tire des sécantes deux à deux également ~~inclinées~~ éloignées du centre, les lignes menées diagonalement par les extrémités des parties de ces sécantes comprises dans le cercle se coupent toutes en un même point.

Théorème

Dans tout quadr. la droite qui joint les milieux des diagonales, et les deux droites qui joignent les milieux des côtés opposés, se coupent en un même point qui est le milieu de ces trois lignes.

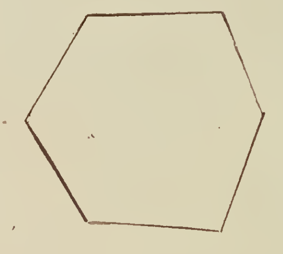
Théorème

Si l'on decrit 4 cercles extérieurement ou intérieurement chacun à 3 côtés d'un quadr. quelconque ABCD les Centres de ces 4 cercles seront sur une même circonférence —

Il faudra démontrer pour cela que b + d = a + c = 2 droits. or bAD + bDA = aAB + CDc Supplém. de b. de même aBA + DCe suppl. de d donc aAB + CDc + aBA + DCe suppl. de b + d mais il sont aussi supplém. de a + c donc b + d = a + c = 2 droits.

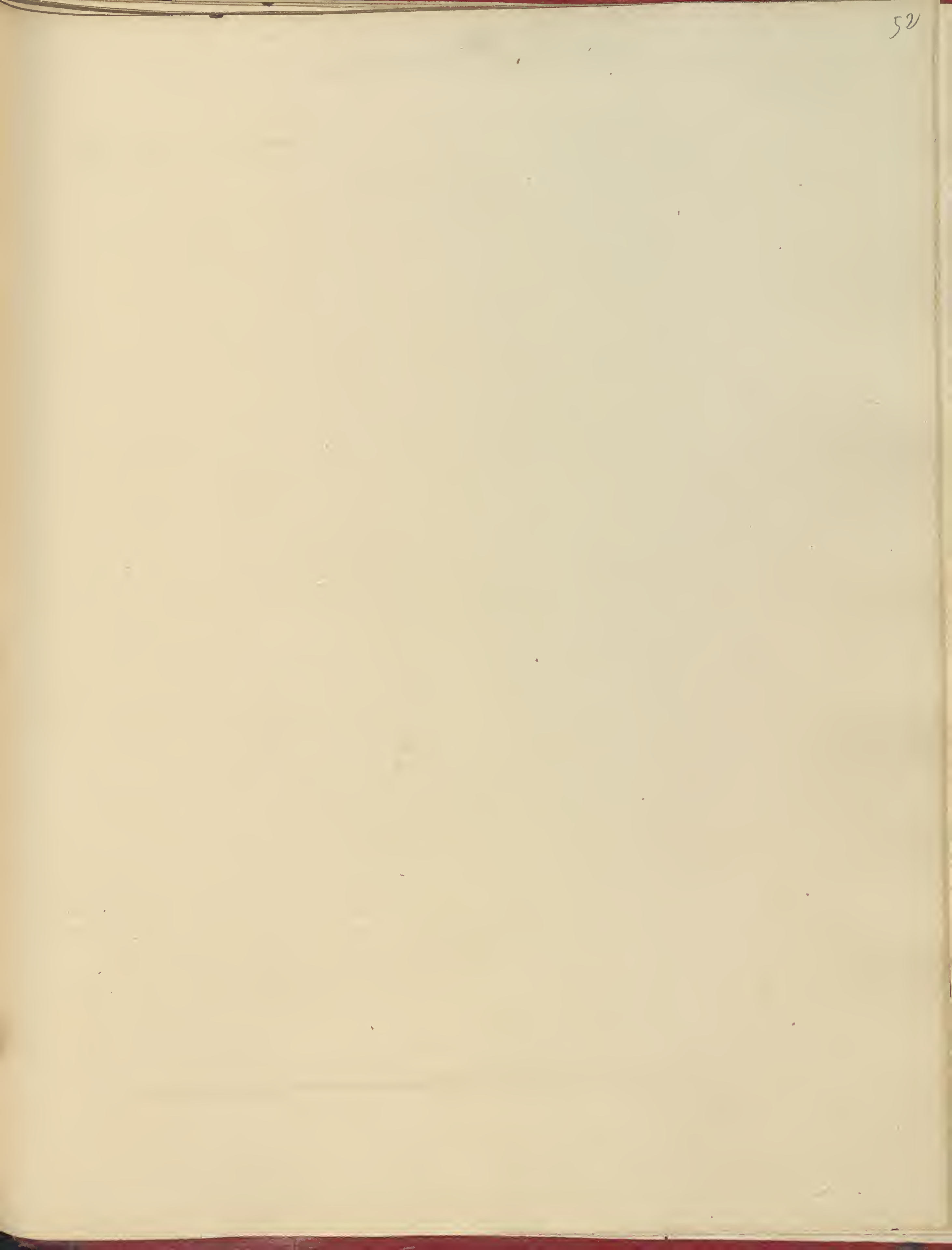
Théorème

Si d'un point pris dans l'intérieur d'un polygone dont les côtés sont égaux on abaisse des perpend. sur les côtés, la somme de ces perp. est une quantité constante.—



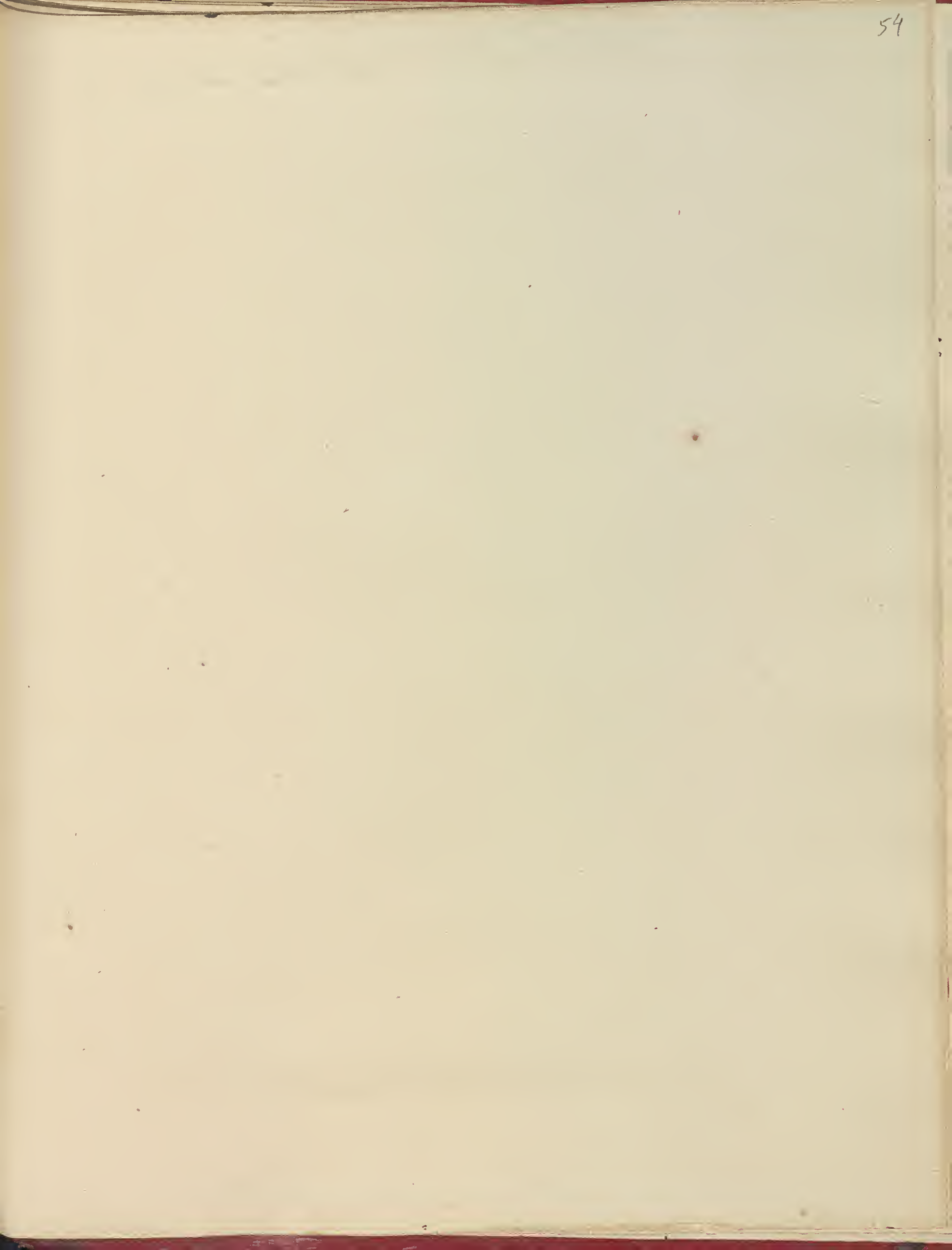
Théorème

Si d'un point A donné sur le plan d'un cercle on mène des sécantes ABC, ADE, et qu'ensuite aux points B, C, D, E on mène des tangentes au cercle les points d'intersection de ces tangentes deux à deux se trouvent sur une même perp.r au diamètre tiré par le point A.



Comedias de la temporada de 1853 al 54 1111/30

Valle de Andorra



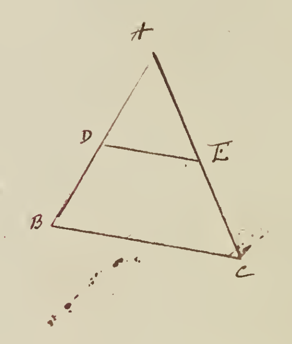
[illegible]

Comandra lata

Probleme

Trouver sur le côté d'un Triangle ABC un point D tel qu'en tirant DE parallele à la base on ait

BD : ED :: m : n



Probleme

Inscrire un quarré dans un Tri: donné
Soit CD = BC? en joignant AD et les autres perpend: mp qui sera aussi paral: BD j'aurai

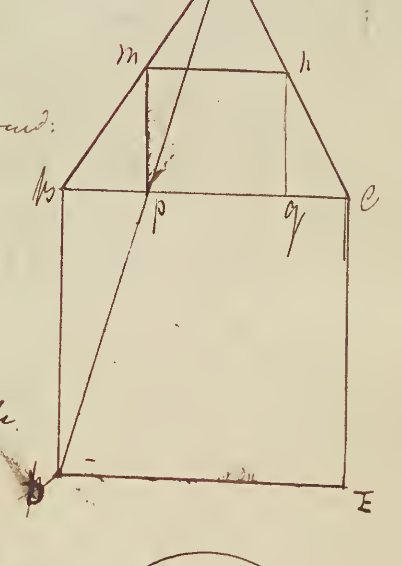
AB : Am :: BD : mp

Tirant mn paral: BC j'aurai

Am : Am : BC : mn donc

BD : mp :: BC : mn.

or BD = BC donc mp = mn et bn est le carré inscrit



Probleme

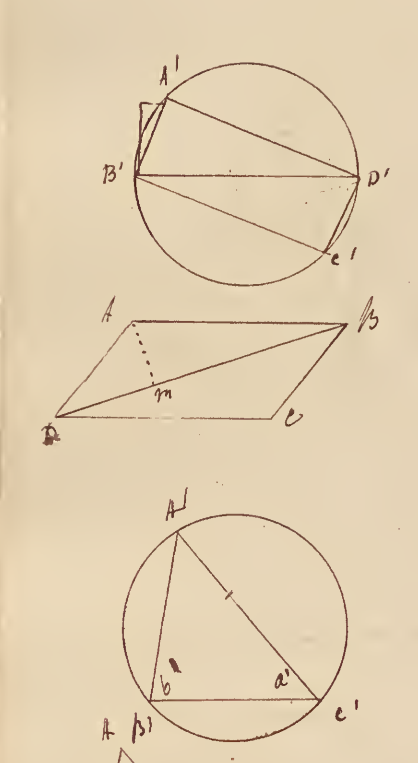
Étant donnés deux cercles se coup, tirer par le point d'intersection une droite ACB telle que les cordes interceptées soient :: m : n : c.a.d.

AC : CB :: m : n.

Problème

Construire un Tr: étant donnés les 3 hauteurs.

Problème



Inscrire dans un cercle donné un rectangle équivalent à un parallélogramme donné,

Soit le parallélogr: donné ABCD je le divise en 2 Tr: sur B'D' je construis un Tr: équiv: à ABD pour cela je forme B'D';BD;: Am: x = Hauteur du Tr: cherché qui lui même sera A'B'D' = B'D'C' donc A'B'D'C' équiv: ABCD.

Problème

Inscrire dans un cercle donné un Tr: semblable à un Tr: donné ?

Si je forme un angle inscrit ~~ABC~~ a' = a je connaîtrais A'B' base du Tr: inscrit. Si sur cette base. Si sur cette base je forme b' = b, alors puisque a' = a, les deux autres angles sont égaux et les Trs: sembl:

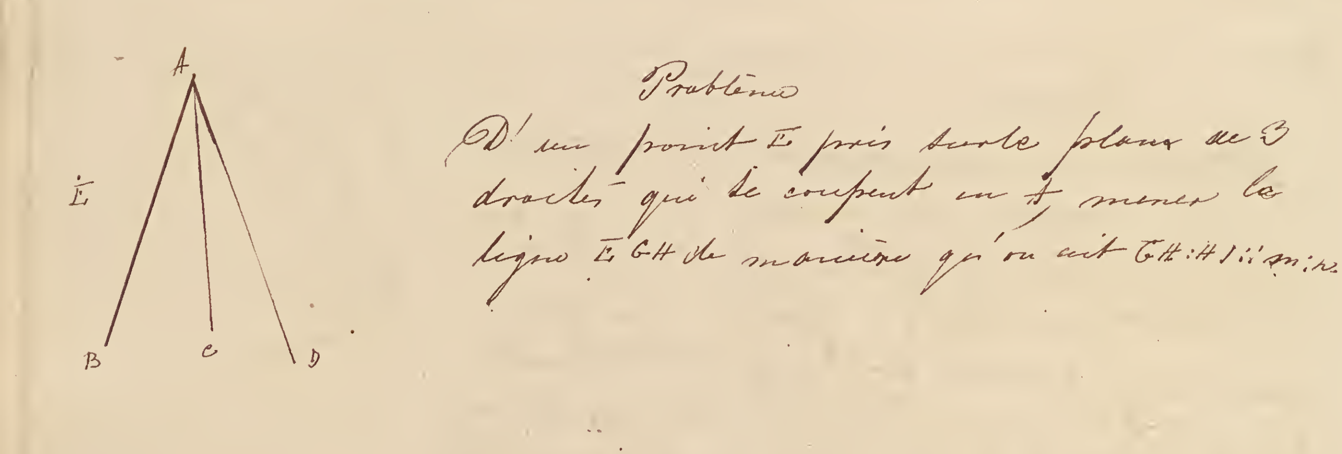
Problème

Inscrire entre deux circonf.ces concentriques un Tr. semblable à un Tr. donné —

Si je forme abc = ABC je connaîtrai le côté ad, et l'un des sommets a du Tr. cherché. Pour déterminer c j'observe que l'angle acd = cab + abc. donc il est connu, donc le sommet c se trouve sur la petite circonfer. et sur un segment capable de acd sur ad, j'aurai ainsi le sommet c, donc dans abc, il y a b = B, et acb = ACB comme supple: de acd b + cab.

Problème

Par un point D pris hors, ou dans l'intérieur d'un angle tirer BDC de sorte qu'on ait $BD \times DC = M^2$ —



Problème

D'un point E pris sur le plan de 3 droites qui se coupent en A, mener la ligne EGH de manière qu'on ait GH:HI::m:n.

Problème.

Par un point C donné hors d'un cercle tirer la secante AB de sorte qu'on ait CA = AB.

Problème

D'un point C donné hors d'un cercle tirer une secante de sorte qu'on ait CA:AB::m:n.

Problème

Mener une sécante commune à deux cercles.

Supposons les pre: ra: OC et O'D étant perpe: sur
CM sont paral: donc CD qui joint leurs extrémités
doit rencontrer OO' prolongée au même
~~même~~ point m que toute autre ligne qui
joint deux autres rayons paral: OA et O'B.
Donc si du point m je tire une tan-
gente à O' elle sera aussi à O, d'après
le Théorème démontré.

On pourrait démontrer d'après le
Théorème déjà connu que la
~~les~~ tangente tirée de m sur O'
le sera aussi sur O. —

Problème

A ——— B

Diviser une droite AB en deux parties BD, DA telles qu'on ait $\overline{AD}^2 - \overline{DB}^2 = K^2$

Problème

A, B, C, m

Étant donné l'angle BAC et un point m situé hors de cet angle tirer mCB telle que mB : mC :: p : q

Problème

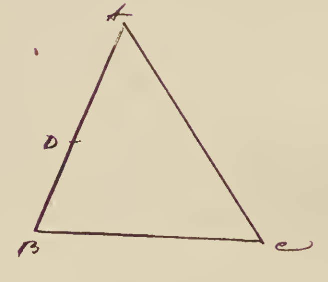
On donne un cercle O et deux points B, C on désire décrire un cercle qui passant par B, et C coupe le C^e selon un diamètre.

Probleme -

Circonscrire à un cercle donné un trapeze dont on connait soit
Deux cotes adjacens,
ou les deux côtés parallèles,
ou les deux côtés non parallèles. —

Problème

Etant donné un point D sur le coté AB d'un Tr: déterminer sur le côté AC un point G tel qu'on ait AD : DB :: GC : GA —



A

B

M

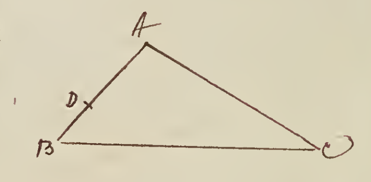
C

Problème

Etant données deux droites AB, AC et un point M dans l'intérieur de ces droites décrire un cercle passant par ce point et tangent aux deux droites —

Problème

Etant donné un Tr: ABC, et un point D sur l'un des côtés de ce Tr: déterminer sur l'autre côté un point G tel qu'on ait AD×DB = AG×GC –



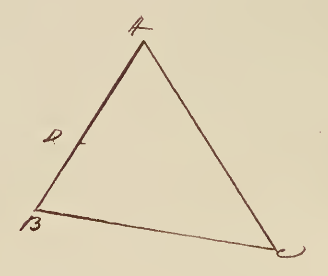
Problème

Etant donné un point A hors d'un cercle mener une secante ABC telle que la partie interceptée soit moyenne proportionnelle entre la ligne entière et la partie extérieure –



Problème

Par un point D donné sur le côté AB d'un Triangle mener la ligne DE telle que les parties ADE, BDEC soient équivalentes =

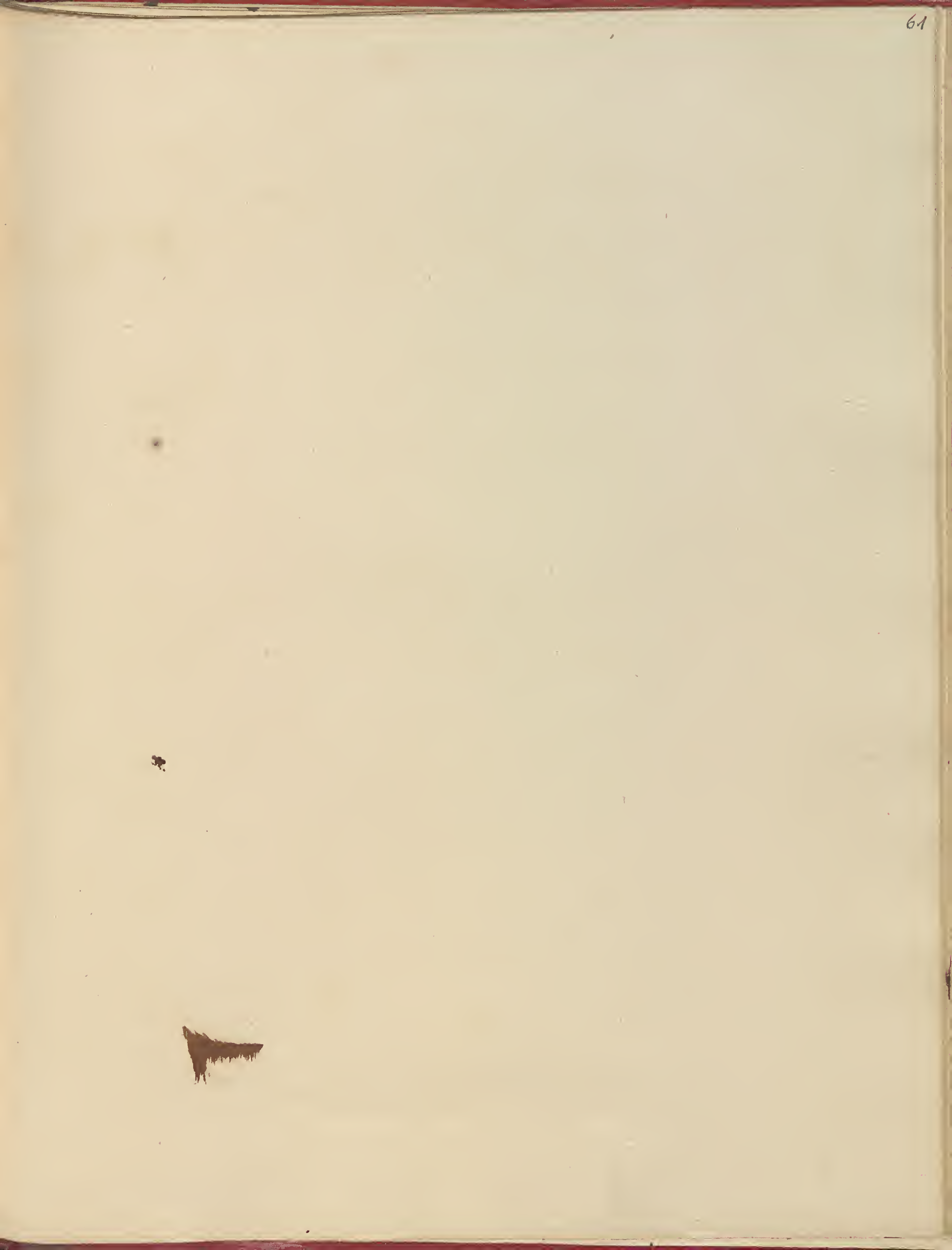


Probleme

Un point E étant donné sur le côté AD d'un quadr: trouver sur le côté opposé un point F tel qu'en joignant EF la figure soit divisée en 2 parties égales

Problema

Dividir un triangulo en media y extremas razon con una linea paralela a la base







Problème

Construire un Tr: connaissant

1°. La base.

2°. Le rayon du cercle circonscrit

3°. Le rectangle K^2 des deux cotés a, b

Le rectangle des cotés a.b qui est égal à K^2 est aussi égal à $2om \times h$ Donc je pourrai former la proportion

$2om : K :: K : h$ = hauteur du Tr. je connaîtrai ainsi la base, la hauteur, et le cercle circonscrit.

Problème

Construire un Tr: con:

1°. Le rectangle des deux cotés $a.b = K^2$

2°. Leur somme $a+b$

3°. Le 3e. coté. —

Je divise la ligne $a+b$ en deux parties a et b telles que $a \times b = K^2$: je connaîtrai ainsi les 3 cotés a, b, c.

Problème

Construire un Tr: con:

1° Le rectangle des cotés $a.b = K^2$

2°. $a-b = d$ la différence de ces deux cotés

3°. Le 3e. coté c.

Je construis un rectangle $= K^2$ dont les cotés aient entre eux la differ: $ab = d$. Je connaîtrai ainsi les 3 cotés $Aa = b$, $Ab = a$, et c —

Problème

Construire un Tr: con:

1° Le rectangle des côtés a. et b.

2°. La base c

3°. La ligne qui divise en deux parties égales l'angle du sommet.

Cette ligne divisera aussi la base :: m:n or le lieu de tous les points à distances de d et b :: m: n qui nous est connu sera aussi lieu du sommet du Tr: Ensuite

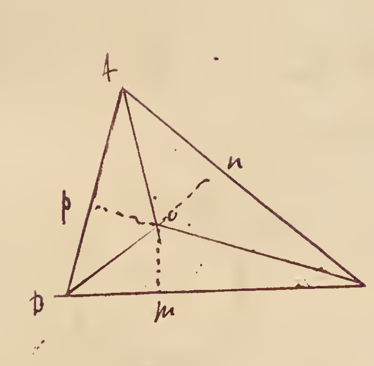
Problème

Construire un Tr: con:

1° La base

2° La hauteur

3° Le périmètre



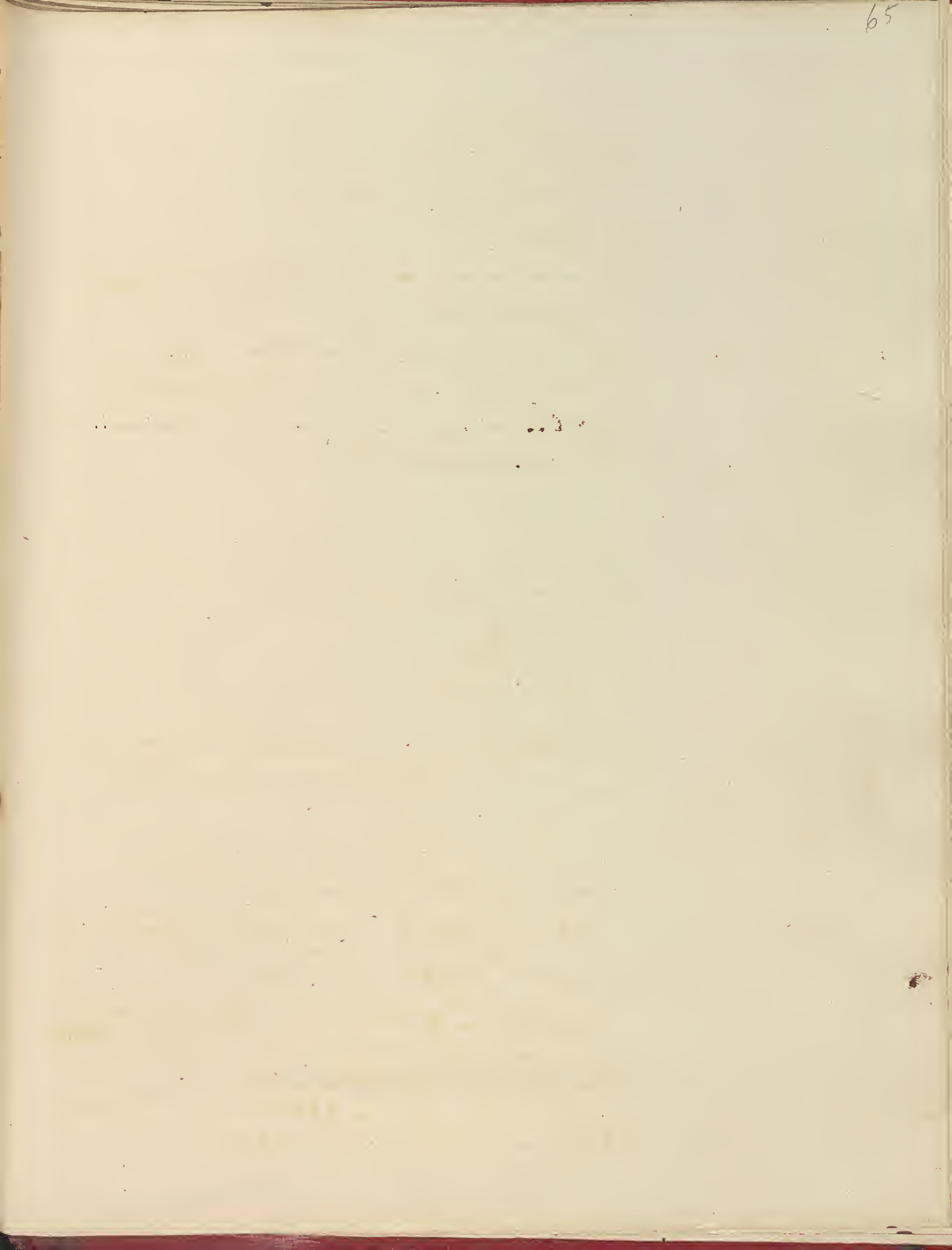
Si je puis parvenir à connaître le rayon du cercle inscrit le problème rentrera dans un déjà connu

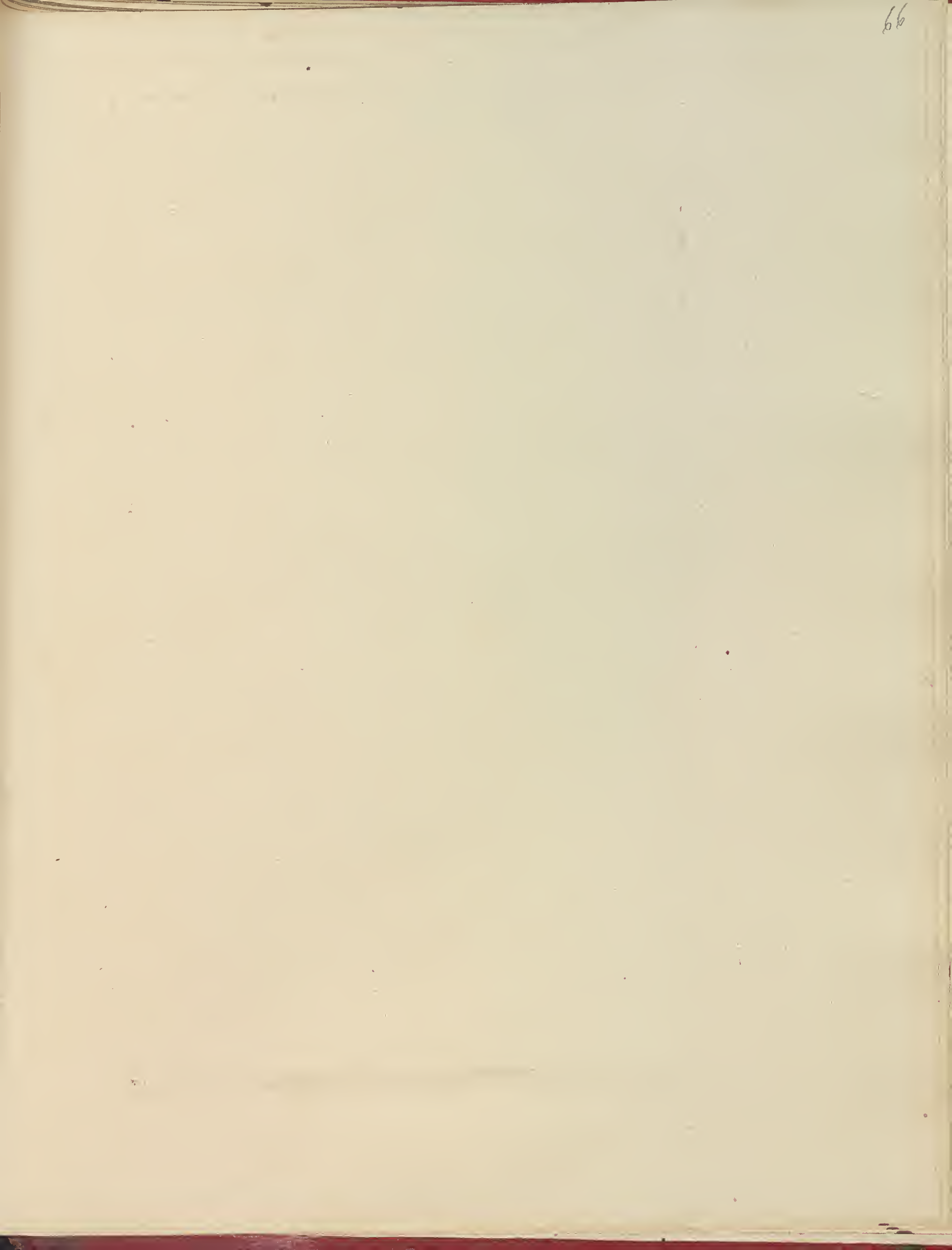
Pour cela sup: le pr: rés: la surface des 3 Tr: ABO, + AOC + BOC serait égale à

$$\frac{(AB+AC+BC)\times on}{2}$$

mais cette surface est aussi égale à $\frac{BC \times H}{2}$ donc on aura

$AB+AC+BC$ ou $P : BC :: H : on$ donc $on =$ une 4e proportionnelle au Périmètre, la base et la hauteur. Donc si ~~sur~~ BC je décris un cercle tangent à BC, et si de B je tire une tangente BA, je connaîtrai l'angle ABC &c



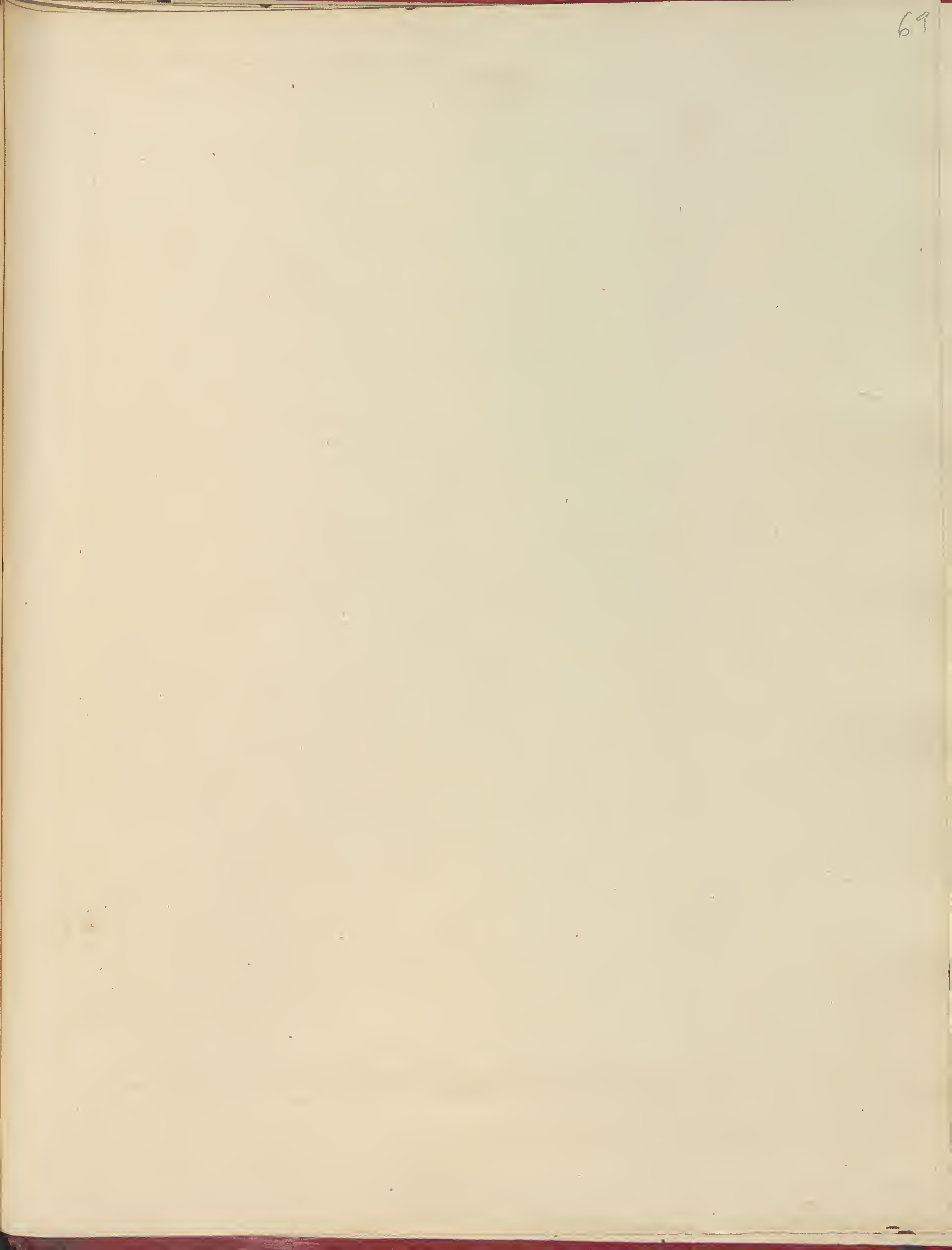


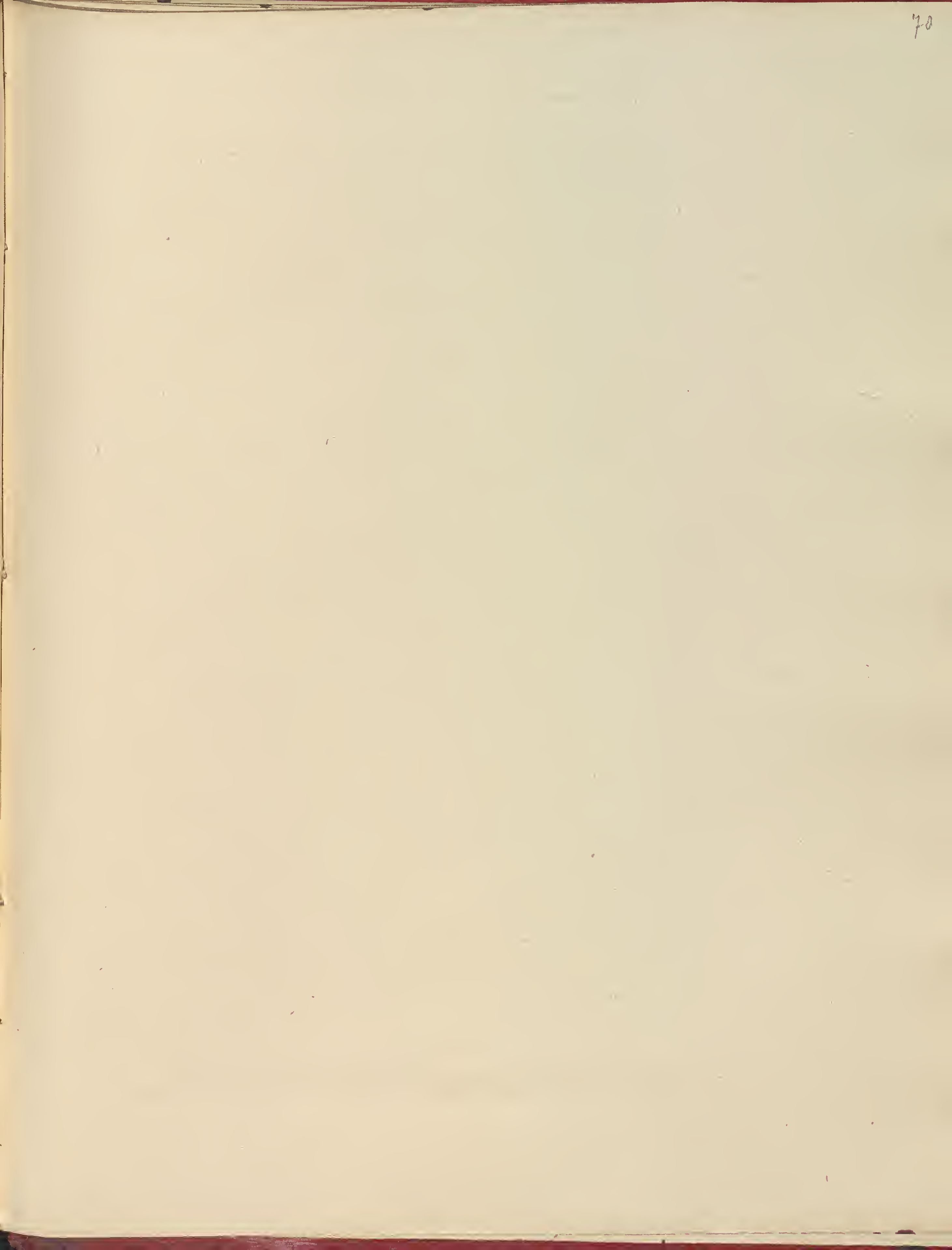


M·

auoorno

cornī
oa! co ermedada la









De lai eueur







Problème — Lieu.

Trouver le lieu de tous les points A tels que la somme des carrés des distances à deux points donnés A et B soit égale à un carré donné.

on doit avoir $AB^2 + AC^2 = K^2$: mais on a $AB^2 + AC^2 = 2Am^2 + 2Bm^2$ donc $K^2 = 2Am^2 + 2Bm^2$: dans cette égalité on connait K^2; on connait $2Bm^2$: Il s'agit donc de connaître $2Am^2$. J'ai $Am^2 = \frac{K^2}{2} - Bm^2$. Pour connaître $\frac{K^2}{2}$ au moins de sur $ab = K$ je lève cd perp: de sorte que $cm = ab$, $md = ab$, alors acbd sera un carré dans lequel $ac^2 = \frac{ab^2}{2} = \frac{K^2}{2}$ pour en retrancher Bm^2 sur ab comme diamètre je décris une demi circonf: et de b, je prends $bc = Bm$ alors $ac^2 = K^2 - Bm^2$. Donc tout point à une distance de m égale à ac satisfera à la question; c'est à d. la circonf. mA sera le lieu cherché

Problème

Trouver le lieu géom. de tous les points m tels que la différ: des carrés à deux autres points donnés soit égale à un carré donné.

Problème.

On donne deux lignes AB, AG non parallèles compris par une sécante BC, on divise en deux parties égales les angles ABC, ACB, CBD, BCG on demande le lieu géométrique de tous les points O, D et O'D' résultant de la division des angles formés par toute autre sécante B'C' qu'on pourrait tirer. Examiner le cas où les droites sont parallèles.

Probleme

on donne un cercle O puis deux tangentes à ce cercle, MT, NT; on suppose que ces deux T au pointes ~~tournent~~ autour du cercle sans varier de grandeur ni d'inclinaison: on demande le lieu géométrique de tous les points tels que T.

Probleme

on demande le lieu géom: de tous les points à égales distances de deux ~~points~~ lignes données.

Problème

On donne deux cercles; quel est le lieu géométrique de tous les points desquels en menant des tangentes à ces cercles, elles soient égales entre elles.

Problème

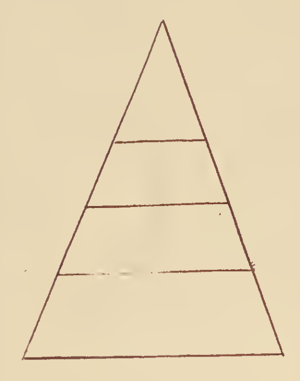
Trouver le lieu de tous les points tels qu'en menant des secantes de ces points à un cercle donné, les rectangles de ces points et de leur partie extérieure soient égaux à un carré donné &c.

Problème

On donne un cercle O et un point A; si l'on joint ce point avec la circonférence en C, B, &c on demande le lieu de tous les points D, auxquels ces lignes sont divisées :: m:n. —

Problème

Trouver sur le plan de deux cercles le lieu de tous les points tels qu'en menant des tangentes de ces points à ces cercles la différence des carrés de ces tangentes soit égale à un carré donné M^2 —

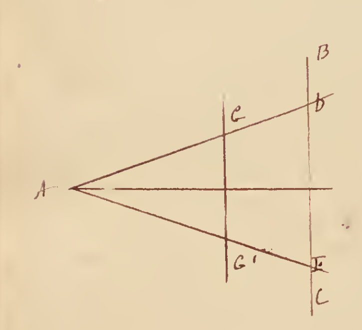


Problème

Etant donné un tr. partagé en plusieurs trapèzes par des lignes parал: à la base, trouver le lieu de tous les points d'intersection des diagonales de ces trapèzes.

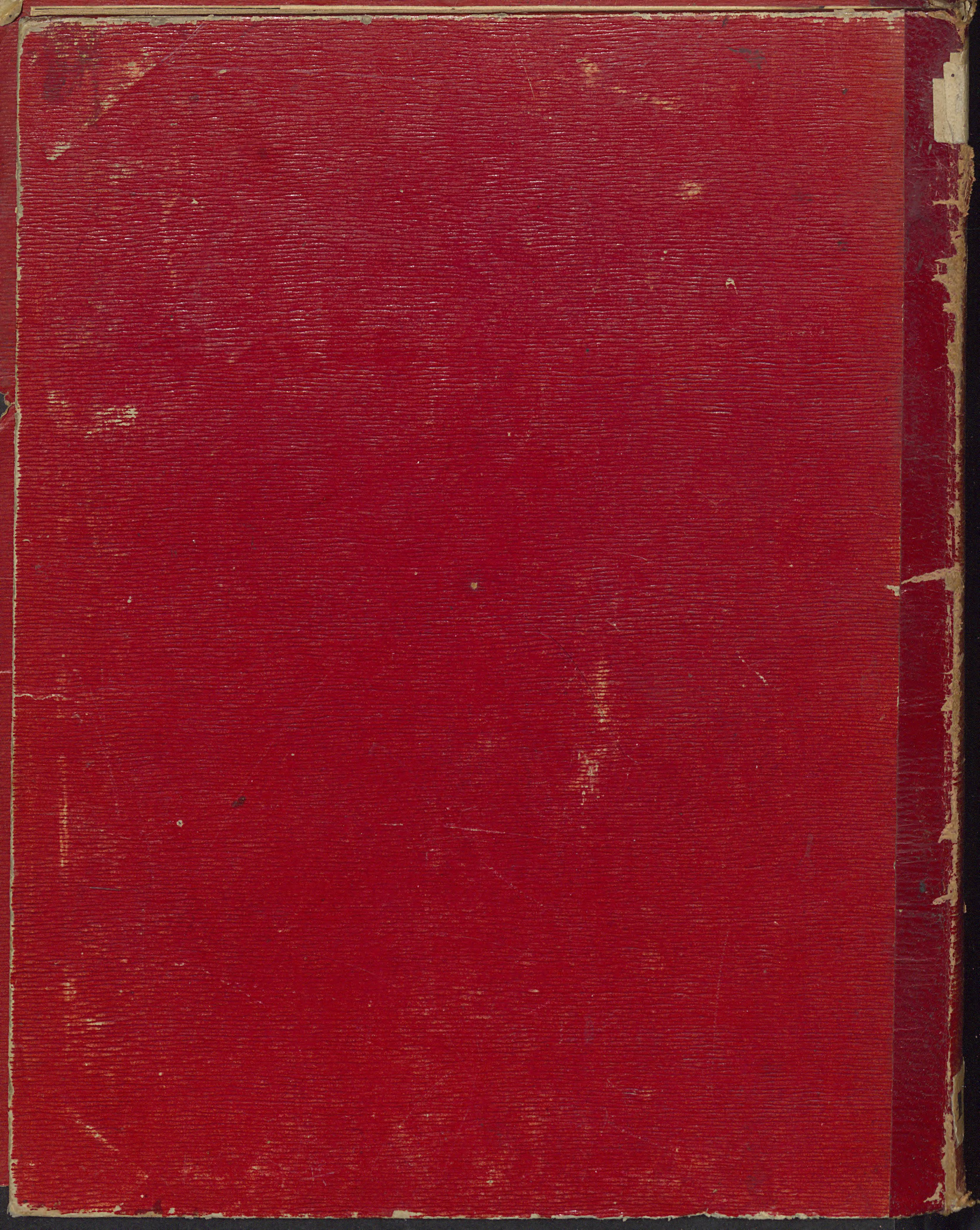
Problème

On donne un arc AHB. Trouver le lieu géométrique de tous les points C, C' &c. tels qu'en les joignant avec les deux points A et B. on ait Arc CD = EF = $\frac{AHB}{B}$ —



Problème

D'un point donné A on tire deux droites AB, AE à une ligne donnée BC on divise ces lignes en G et G' :: m:n, on demande le lieu géom: de tous les points G G' &c. —




331
147